



**Miguel Caetano Serra**

Licenciado em Engenharia Civil

## **Modelação Numérica de Pontes de Alvenaria de Pedra**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil

Orientador: Pr. Dr. António Pinho Ramos

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João Rocha de Almeida

Arguente: Prof. Doutora Ildi Cismasiu

Vogal: Prof. Doutor António Pinho Ramos



Setembro 2013



A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor



## Agradecimentos

---

Com a conclusão deste trabalho desejo expressar os meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para a sua concretização:

- Ao Prof. António Pinho Ramos pela orientação e disponibilidade durante a realização da dissertação;
- À Eng<sup>a</sup>. Neuza Rodrigues pelo fornecimento dos dados relativos à ponte estudada, pela disponibilidade e simpatia;
- Ao Prof. Fernando Pinho pela disponibilidade e informação prestada relativamente ao comportamento dos materiais;
- Aos colegas de mestrado e amigos Miguel Saraiva, Miguel Bairrão, Licínio Cruz, David Henriques e Gonçalo Antunes pela companhia e pela amizade em si;
- Por fim, quero expressar o meu profundo agradecimento aos meus pais, pelo apoio e compreensão que me deram desde sempre.



A construção de pontes em arco de alvenaria, técnica muito utilizada no passado é hoje uma solução construtiva ultrapassada, face às novas tecnologias, nomeadamente a utilização como material estrutural do aço e do betão armado. No entanto, muitas destas pontes continuam em serviço e adquiriram valor patrimonial, assumindo grande importância a análise do seu estado de conservação e do seu comportamento estrutural.

Pretende-se com este trabalho estudar as pontes de alvenaria, nomeadamente o seu comportamento estrutural e através de um modelo numérico de elementos finitos analisar o comportamento de uma ponte específica e tentar determinar a causa de alguns danos visíveis na obra-de-arte. Para este caso de estudo foi considerada uma ponte com dois arcos em alvenaria – a ponte sobre o Rio Trouveia, situada na EN 306 ao Km 24+667, no concelho de Ponte de Lima, distrito de Viana do Castelo, Portugal.

Palavras-chave: alvenaria, arco, pontes, modelação numérica





## Abstract

---

The construction of masonry arch bridges, many times utilized in the past, is at this day an outdated constructive solution due to new technologies, like the use of reinforced concrete and steel. Nonetheless, many of these structures are still in service and ad acquired patrimonial value which made the analysis of their structural behavior and conservation state an important issue.

This work is intend to study the masonry arch bridges, namely its structural behavior, and with the use of a numeric finite elements model analyze the behavior of a specific bridge and try to establish the cause-effect relationship between some visible damages in the structure and the actions applied. A bridge with two masonry arches was considered as case of study – the bridge over Rio Trouveia, located at the EN 306 at the Km 24+667, in the county of Ponte de Lima, district of Viana do Castelo, Portugal.

Keywords: masonry, arch, bridges, numerical modelling



# Índice de Matérias

---

Índice de figuras.....	XI
Índice de tabelas.....	XV
1. Introdução .....	1
1.1 Objetivos do trabalho.....	1
1.2 Estrutura do trabalho .....	1
2. Descrição geral do comportamento de pontes em arco de alvenaria de pedra .....	3
2.1 Constituição.....	3
2.1.1 Pavimento .....	5
2.1.2 Enchimento .....	5
2.1.3 Muros de tímpano.....	5
2.1.4 Arcos.....	6
2.1.5 Pilares/Encontros .....	6
2.1.6 Talha-Mares e Talhantes .....	7
2.1.7 Fundações .....	8
2.1.8 Guardas .....	8
2.2 Comportamento dos materiais .....	8
2.2.1 Alvenaria.....	8
2.2.1.1 Propriedades da junta .....	10
2.2.1.2 Comportamento da alvenaria à compressão uniaxial .....	11
2.2.1.3 Comportamento da alvenaria a tração uniaxial.....	12
2.2.1.4 Comportamento da alvenaria sujeita a estados de tensão biaxiais.....	13
2.2.2 Enchimento .....	13
3. Modos de Ruína de Pontes em Arco de Alvenaria de Pedra.....	17
3.1 Modos de rotura relacionados com o comportamento na direção longitudinal.....	18
3.1.1 Mecanismos de rótulas no arco .....	18
3.1.1.1 Mecanismos de quatro e cinco rótulas.....	18
3.1.1.2 Mecanismo multi-arco de sete rótulas.....	20
3.1.1.3 “Snap-through” de três rótulas .....	20
3.1.2 Esmagamento do arco.....	20
3.1.3 Escorregamento nas aduelas do arco .....	21
3.1.4 Esmagamento nos tímpanos .....	21
3.2 Modos de rotura relacionados com o comportamento na direção transversal .....	22
3.2.1 Separação entre os tímpanos e o arco.....	22

3.2.2 Flexão e punçoamento no arco.....	23
4. Evolução do Conhecimento .....	25
5. Metodologias de Análise .....	35
5.1 Metodologias de Análise Analíticas e Gráficas.....	35
5.1.1 Regra do terço central.....	35
5.1.2 Polígono funicular de forças.....	37
5.1.3 Método Elástico de Pippard .....	38
5.1.4 Teoria da Análise Limite .....	40
5.1 Metodologias de análise numérica .....	42
5.1.1 Modelos de elementos finitos.....	42
5.1.1.1 Modelos contínuos de elementos finitos .....	42
5.1.1.2 Modelos Descontínuos de Elementos Finitos .....	44
5.1.2 Modelos de elementos discretos .....	45
6. Caso de estudo .....	47
6.1 Objetivo .....	47
6.2 Caracterização da obra de arte .....	47
6.2.1 Localização e caracterização da tipologia da ponte.....	47
6.2.2 Caracterização geométrica e material da ponte.....	48
6.2.2.1 Caracterização geométrica .....	48
6.2.2.2 Caracterização material .....	50
6.3 Caracterização do modelo numérico .....	51
6.3.1 Geometria .....	51
6.3.1.1 Arcos .....	52
6.3.1.2 Típanos/Enchimento .....	52
6.3.2 Modelos de comportamento .....	53
6.3.2.1 Alvenaria.....	53
6.3.2.2 Enchimento.....	54
6.3.2.3 Juntas .....	54
6.3.4 Malha de elementos finitos .....	56
6.4 Análise do comportamento estrutural da ponte .....	57
6.4.1 Caracterização da ação do tráfego rodoviário .....	57
6.4.1.1 Cargas rolantes .....	58
6.4.1.2 Combinação de ações.....	59
6.4.2 Análise da resposta da estrutura à ação do tráfego rodoviário.....	60
6.4.2.1 Interpretação dos resultados da resposta à ação da passagem do veículo tipo .....	60
6.4.3 Análise à ação do assentamento de apoio .....	65
7. Conclusões finais .....	69

7.1 Considerações sobre o trabalho desenvolvido .....	69
7.2 Desenvolvimentos futuros .....	71
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	73



## Índice de figuras

Figura 2.1 - Representação de uma Ponte em Arco de Alvenaria, adaptado de (Morais, M. 2012)	3
Figura 2.3 - Mecanismo de transmissão de cargas, adaptado de (Costa, C. 2009)	4
Figura 2.4 – Transmissão de cargas para várias alturas entre arco e enchimento, adaptado de (Morais, M. 2012)	5
Figura 2.5 - Pormenores de Muros de Tímpano - a) Ponte de remondes ( <a href="http://www.panoramio.pt">www.panoramio.pt</a> ); b) Ponte de Vila Formosa ( <a href="http://www.zerozero.pt">www.zerozero.pt</a> ); c) Ponte da Curvaceira ( <a href="http://contraluz.blogs.sapo.pt">http://contraluz.blogs.sapo.pt</a> ); d) Pont Gard ( <a href="http://www.musee-virtuel.com">www.musee-virtuel.com</a> )	6
Figura 2.6 - Tipos de Arco - 1) Volta Perfeita; 2) Segmentado; 3) Parabólico; 4) Ogival; 5) Abatido; 6) Adintelado; 7) Elíptico, adaptado de (Costa, P. 2007)	7
Figura 2.7 – Ilustração de Talhante/Talha-Mar, adaptado de (Morais, M. 2012)	7
Figura 2.8 - Pormenores de Talha-Mares e Talhantes – a) Ponte de Monforte ( <a href="http://igespar.pt">igespar.pt</a> ); b) Ponte da Formigosa ( <a href="http://bragancanet.pt">bragancanet.pt</a> ); c) Ponte de Prado; d) Ponte de Caldelas; e) Ponte da Portela; f) Ponte sobre o rio Nabão, Tomar ( <a href="http://ttt.ipt.pt">ttt.ipt.pt</a> )	7
Figura 2.9- a) Aparelho irregular com juntas preenchidas; b) Aparelho irregular com junta seca; c) Aparelho regular com juntas preenchidas; d) Aparelho regular com junta seca	9
Figura 2.10 – Curvas tensão-deformação para diversos tipos de material	9
Figura 2.11 – Gráficos tensão-deformação para esforços de: a) tração; b) compressão e c) corte, adaptado de Lourenço, P. 1998	10
Figura 2.12 – Esquematisação do ensaio de Van der Pluijm, adaptado de Lourenço, P. (1998)	11
Figura 2.13 – Ensaio utilizados para a caracterização da alvenaria à compressão; a) Stacked Bond Prism; b) ensaio RILEM, adaptado de (Lourenço, P. 1998)	12
Figura 2.14 – Ensaio de Backes 1985 - a) Esquematisação do ensaio; b) Resultados obtidos	12
Figura 2.15 – Resultados de ensaios de alvenaria sujeita a estados biaxiais por Page, Page (1981,1983) citado por Lourenço, P. (1998)	13
Figura 2.16 – Sistematização dos modos de rotura encontrados em painéis de alvenaria de tijolo maciço de juntas argamassadas submetidos a carregamento uniaxial e biaxial, adaptado de Dhanasekar et al. (1985) citado por Costa, C. 2009	14
Figura 3.1 – a) Mecanismo de 4 rótulas; b) Mecanismo de 5 rótulas, adaptado de Costa, C. 2009	19
Figura 3.2 – Modo de rotura da ponte de Prestwood, Page 1987	19
Figura 3.3 – Influência da qualidade do enchimento na formação de rótulas no arco, adaptado de Costa 2009	19
Figura 3.4 – Mecanismo multi-arco de 7 rótulas, adaptado de Álamo, J. (2002)	20
Figura 3.5 – Modelo de Harvey e Wang para o cálculo da carga de colapso devido à ocorrência de snap-through de três rótulas, adaptado de Costa, C. 2009	21
Figura 3.6 – Mecanismo rotura por escorregamento do arco, adaptado de Costa, C. (2009)	21
Figura 3.7 – Mecanismo de rotura formado pelo esmagamento dos tímpanos, Gilbert (1993)	22
Figura 3.8 – Modos de colapso associados aos muros de tímpano, adaptado de Costa, C. 2009	22
Figura 4.1 – a) Esboço da ponte ideal segundo Alberti, adaptado de Costa, P. 2007; Estudo do comportamento dos arcos por L. da Vinci; b) propostas de formas de medição de impulsos e c) ensaios em arcos, adaptado de (Huerta, 1996 citado por Moraes, M. 2012)	26
Figura 4.2 – Modelos de Philippe de la Hire para o colapso do arco, adaptado de (Costa, P. 2007)	26
Figura 4.3 - Modelo de colapso considerado por Couplet e metodologia gráfica para análise do equilíbrio, adaptado de Gago, A.S. (2004)	27

Figura 4.4 – a) Verificação da estabilidade da cúpula da basílica de São Pedro por Poleni, adaptado de Heyman, 1987 citado por Morais, M. 2012; b) Esboços do colapso dos modelos de Danysy, adaptado de Costa, P. (2007) .....	28
Figura 4.5 - Mecanismos considerados por Coulomb, adaptado de Gago, A.S. (2004) .....	28
Figura 4.6 – a) Linha de pressão correspondente ao impulso horizontal mínimo; b) Ilustração do método gráfico de Méry.....	29
Figura 4.7 – Modelos de Heyman; b) Linha de Pressões referente ao mínimo impulso horizontal; c) Arco limita; d) Linha de pressões referente ao máximo impulso horizontal .....	31
Figura 4.8 – Representação da malha de elementos finitos da Ponte da Lagoncinha, adaptado de Costa, C. 2003 .....	31
Figura 4.9 – Modelo da Charles Bridge em Praga, adaptado de J. Zeman et al. (2008) .....	32
Figura 4.10 – Modelo de elementos finitos de uma ponte de um arco, adaptado de Domède e Sellier (2010).....	32
Figura 4.11 – Modelo de elementos discretos de uma ponte em arco de alvenaria, adaptado de Rafiee e Vinches (2013).....	33
Figura 4.12- Modelo de um arco de volta perfeita em alvenaria de: (a) deformação descontínua; (b) elementos discretos circulares rígidos; (c) elementos finitos. Figura adaptada de Thavalingam et al. (2001). .....	34
Figura 5.1 - Tensões normais e esforços atuantes na secção transversal de uma peça linear. 35	
Figura 5.2- Distribuição das tensões internas numa secção em função da posição da sua resultante.....	36
Figura 5.3 – a) Catenária invertida; b) Polígono de forças para cargas $V_A$ e $V_B$ conhecidas e redução de $H$ para $H'$ ; c) Polígono funicular para cargas $V_A$ e $V_B$ conhecidas e redução de $H$ para $H'$ ; d) construção de triângulos de forças, adaptado de Costa, P. 2007.....	37
Figura 5.4 – a) Geometria dos polígonos funiculares em função da localização da resultante das cargas; Linhas de pressões do peso próprio do arco (b) e dos pesos próprios do arco e do material de enchimento (c), adaptado de Gago, A.S. 2004.....	38
Figura 5.5 – Análise elástica de Pippard.....	39
Figura 5.6 – a) Movimento de uma junta entre elementos; b) Região admissível no espaço das tensões, adaptado de Gago, A.S. 2004 .....	41
Figura 5.7 – Esquematização de homogeneização, adaptado de Lourenço, 1996.....	43
Figura 5.8 – Tipos de modelos descontínuos de alvenaria, adaptado de Gago, A.S. 2004 .....	44
Figura 5.9 – a) Comportamento do modelo de junta; b) Elemento de interface para simulação de construções recentes, Adaptados de Lourenço, P. 1996 .....	45
Figura 6.1 – Planta de implantação da obra de arte em estudo .....	48
Figura 6.2 – Alçado de Montante .....	49
Figura 6.3 – Alçado de Jusante.....	49
Figura 6.4 – Corte transversal da Obra de Arte .....	49
Figura 6.5 Estereotomia utilizada para os blocos dos arcos .....	52
Figura 6.6 – Ilustração da geometria dos tímpanos (a) e do enchimento (b). .....	52
Figura 6.7 – Ilustração do modelo global.....	53
Figura 6.8- Representação das tensões tangenciais e normais no critério de Mohr Coulomb e das tensões principais (Vallejo, 2002) .....	54
Figura 6.9 – Parâmetros do comportamento das juntas a) Relação entre a tensão e o deslocamento relativo normais; b) relação entre a tensão e o deslocamento relativo tangenciais .....	55
Figura 6.10 – Superfície de cedência da junta.....	55
Figura 6.11 - Malha de elementos finitos .....	56
Figura 6.12 - Fendilhação no intradorso dos arcos da estrutura: (a) arco Norte e (b) arco Sul. 57	
Figura 6.13 – Distribuição das cargas concentradas para pontes de classe II segundo o RSA 59	
Figura 6.14 - Deformada correspondente à deformação máxima do arco Norte .....	61
Figura 6.15 - Deformada correspondente à deformação máxima do arco Sul .....	61
Figura 6.16 - Distribuição das tensões principais máximas de compressão no modelo .....	61



Figura 6.17 - Distribuição das tensões principais máximas de compressão no modelo .....	61
Figura 6.18 – Tensões máximas de compressão: (a) no arco Norte e (b) no arco Sul; Tensões máximas de tração: (c) no arco Norte e (d) no arco Sul. ....	62
Figura 6.19 - Tensões normais máximas nas juntas: (a) do arco Norte e (b) do arco Sul; Tensões tangenciais máximas nas juntas: (c) do arco Norte e (d) do arco Sul. ....	62
Figura 6.20 – Ilustração da composição dos solos que interagem com a estrutura.....	65
Figura 6.21 – Deformada do arco Sul para um assentamento de apoio de 10mm .....	66
Figura 6.22 – Tensões principais máximas de compressão no arco Sul para (a) 10 mm e (b) 25mm de assentamento; Tensões principais máximas de tração para (c) 10mm e (d) 25mm de assentamento. ....	66
Figura 6.23 - Tensões normais máximas nas juntas para (a) 10mm e (b) 25mm de assentamento de apoio; Tensões tangenciais máximas nas juntas para (c) 10mm e (d) 25mm de assentamento de apoio.....	67



## Índice de Tabelas

---

Tabela 2.1 - Constituição das Pontes em arco de alvenaria de acordo com a Figura 2.2 .....	4
Tabela 3.1 – Resultados dos ensaios realizados pelo <i>Transport Research Laboratory</i> , adaptado de Àlamo, J. 2001 .....	17
Tabela 3.2 – Síntese dos modos de ruína que podem ser desencadeados em pontes em arco de alvenaria de pedra.....	18
Tabela 6.1 – Relação entre o valor do $N_{SPT}$ e o ângulo de atrito, adaptado de (Júlio B. Martins, Tiago F.S. Miranda 2003).....	50
Tabela 6.2 - Resumo dos parâmetros materiais utilizados no modelo .....	51
Tabela 6.3 – Dados referentes à distribuição de cargas para pontes de Classe II segundo o RSA .....	58
Tabela 6.4 – Coeficientes aplicados às sobrecargas segundo o RSA (1983).....	60
Tabela 6.5 - Resumo das tensões principais e dos deslocamentos nos diferentes elementos da estrutura .....	63
Tabela 6.6 - Traçado dos vetores de tensão principal máxima de tração e compressão .....	64
Tabela 6.7 - Resumo das tensões principais e deformações nos blocos e nas juntas para os diversos níveis de assentamento. ....	67



# Lista de símbolos

---

## **i) Maiúsculas latinas**

$A$  – área  
 $E$  – módulo de elasticidade  
 $F$  – força  
 $G$  – ação permanente  
 $G_f$  – energia de fratura  
 $H$  – esforço normal no apoio  
 $I$  – momento de inércia  
 $L$  – comprimento  
 $M$  – momento fletor  
 $N$  – esforço Normal  
 $Q$  – sobrecarga  
 $R$  – raio  
 $U$  – energia de deformação  
 $V$  – esforço vertical no apoio

## **ii) Minúsculas latinas**

$a$  – altura do enchimento acima da aduela de fecho  
 $b$  – espessura  
 $c$  – coesão  
 $d$  – distância  
 $e$  – espessura, excentricidade  
 $f_k$  – resistência à compressão das unidades  
 $f_b$  – resistência à compressão da argamassa  
 $h$  – altura  
 $k$  – rigidez  
 $k_n$  – rigidez normal de contacto  
 $k_s$  – rigidez tangencial de contacto  
 $m$  – massa  
 $t$  – altura  
 $t_s$  – *tensão tangencial nas juntas*  
 $t_n$  – *tensão normal nas juntas*  
 $t_{nt}$  – *resistência da junta à tração*  
 $u$  – deslocamento  
 $x$  – coordenada retangular cartesiana

## **iii) Minúsculas gregas**

$\alpha$  – ângulo  
 $\nu$  – coeficiente de Poisson  
 $\rho$  – massa volúmica  
 $\gamma$  – peso volúmico  
 $\phi$  – ângulo de atrito interno  
 $\phi_r$  – ângulo de atrito residual  
 $\psi$  – ângulo de dilatação  
 $\tau$  – tensão tangencial  
 $\sigma$  – tensão normal  
 $\omega$  – Velocidade de rotação relativa



# 1. Introdução

---

O recurso à construção de pontes em arco de alvenaria de pedra foi muito utilizado no passado para vencer rios e vales, não sendo nos dias de hoje uma solução utilizada devido às novas tecnologias de construção, nomeadamente a utilização do betão armado pré-esforçado e do aço, os quais permitem vencer vãos cada vez maiores com soluções relativamente esbeltas. No entanto muitas das pontes em arco continuam em serviço e adquiriram valor patrimonial, havendo um interesse crescente na reabilitação ou reforço deste tipo de estrutura.

Com a degradação das características resistentes dos materiais seus constituintes e com a alteração das ações para as quais foram construídas torna-se de elevada importância a avaliação destas estruturas a fim de determinar a sua capacidade de carga bem como os danos provenientes das ações a que estão sujeitas.

## ***1.1 Objetivos do trabalho***

O objetivo deste trabalho passa por estudar o comportamento das pontes de alvenaria de pedra e proceder posteriormente à análise de uma estrutura já existente. Para este efeito, de uma forma genérica é apresentado numa primeira fase: (1) o comportamento estrutural das pontes de arco em alvenaria de pedra e o comportamento dos materiais constituintes; (2) os modos de rotura característicos; (3) a evolução do conhecimento; (4) as metodologias de análise. E numa fase posterior (5) a análise de uma estrutura existente.

## ***1.2 Estrutura do trabalho***

Para além do capítulo introdutório, fazem parte deste trabalho mais 6 capítulos, que são descritos resumidamente em seguida.

No capítulo 2 é descrito o comportamento estrutural deste tipo de estruturas, nomeadamente a sua constituição e o funcionamento dos diferentes elementos. Em seguida é descrito o comportamento mecânico dos materiais constituintes.

No capítulo 3 é descrita a evolução do conhecimento sobre o comportamento das pontes em arco de alvenaria, nomeadamente da análise do arco, desde a antiguidade até aos tempos mais recentes.

No capítulo 4 são descritos os modos de colapso, divididos em modos de colapso devido ao comportamento transversal e longitudinal da estrutura.

No capítulo 5 são identificados e explicados os métodos de análise utilizados para a avaliação do comportamento das pontes de arco em alvenaria, nomeadamente os métodos gráficos e analíticos, mais utilizados no passado, e os métodos numéricos, muito utilizados hoje em dia devido à evolução tecnológica.

No capítulo 6 é analisada uma estrutura já existente utilizando um *software* que utiliza o método dos elementos finitos, sendo explicada toda a fase de modelação bem como apresentados os resultados da referida análise.

No capítulo 7 são apresentadas as conclusões, onde são referidas as considerações finais e os possíveis desenvolvimentos futuros.





## 2. Descrição geral do comportamento de pontes em arco de alvenaria de pedra

As pontes em arco de alvenaria de pedra datam de tempos antigos e apesar da sua construção ter caído em desuso estas encontram-se ainda em funcionamento, para além de terem adquirido valor patrimonial. Existe assim um interesse em preservar estas estruturas para que continuem a servir os propósitos para os quais foram construídas. Com estes objetivos é essencial o conhecimento do modo como as estruturas funcionam. Segundo Costa (Costa, C. 2009), o funcionamento destas estruturas depende da organização funcional dos seus elementos, das ações a que estão sujeitas bem como do material de que são constituídas.

Assim neste capítulo são identificados os elementos constituintes destas estruturas, bem como o material constituinte e a função de cada elemento. Posteriormente é ainda descrito o comportamento mecânico dos materiais constituintes.

### 2.1 Constituição

As pontes em arco de alvenaria de pedra (figura 2.1) são constituídas essencialmente por dois tipos de materiais associados, a alvenaria – unidades de alvenaria (ou blocos de pedra natural) sem preenchimento ou preenchidos com argamassa - e o material de enchimento. Estes são materiais heterogêneos, anisotrópicos, com descontinuidades, com comportamento complexo e com resistência baixa a esforços de tração.

A alvenaria consiste na associação de blocos, com juntas argamassadas ou apenas interpostos uns sobre os outros, constituindo o elemento estrutural básico destas estruturas.

O material de enchimento é constituído por materiais granulares de granulometria extensa, constituídos por agregados de partículas de natureza diversa, como terra ou cascalho e encontra-se sobre o arco e entre as paredes de tímpano.

Os elementos estruturais dividem-se em: elementos principais e elementos secundários. Dos elementos principais fazem parte: fundações, pilares, encontros, arcos, enchimento e muros de tímpano. Os encontros secundários são os talha-mares e talhantes. Dos elementos não estruturais fazem parte o tabuleiro e as guardas laterais. (Costa, C. 2009)

Em seguida são descritas as funções dos diferentes elementos, sendo antes disso analisado o mecanismo de transmissão de cargas.

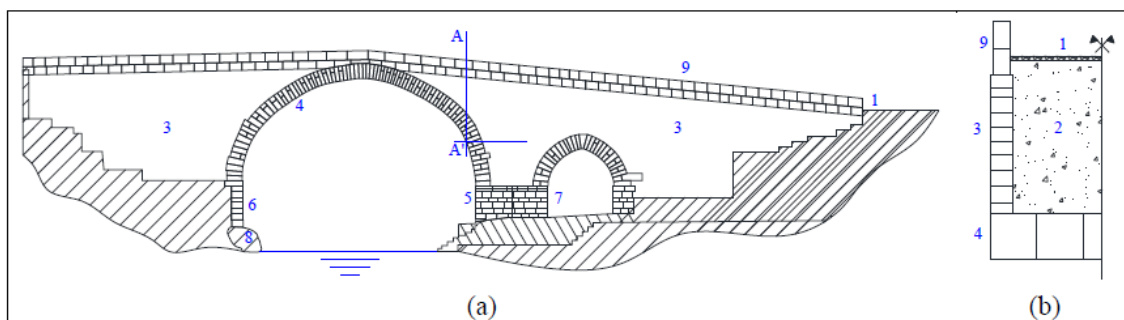


Figura 2.1 - Representação de uma Ponte em Arco de Alvenaria, adaptado de (Morais, M. 2012)

Elementos Estruturais	Elementos Principais	Enchimento	2
		Muros de Tímpano	3
		Arcos	4
		Pilares	5
		Encontros	6
		Fundações	8
	Elementos Secundários	Talha-mar	7
		Talhantes	
Elementos não estruturais	Tabuleiro		1
	Guardas		9

Tabela 2.1 - Constituição das Pontes em arco de alvenaria de acordo com a Figura 2.2

Segundo Costa, C. (2009), o mecanismo de transmissão de cargas é marcado pela diferença entre o comportamento nas direções longitudinal e transversal, como pode ser observado na figura 2.3. Na direção longitudinal o comportamento é completamente dominado pelo comportamento do arco por transmissão da carga a partir do enchimento e dos tímpanos. Na direção transversal o mecanismo de transmissão de cargas é dominado pela interação do enchimento e do arco com os tímpanos e pela ligação tímpanos-arco.

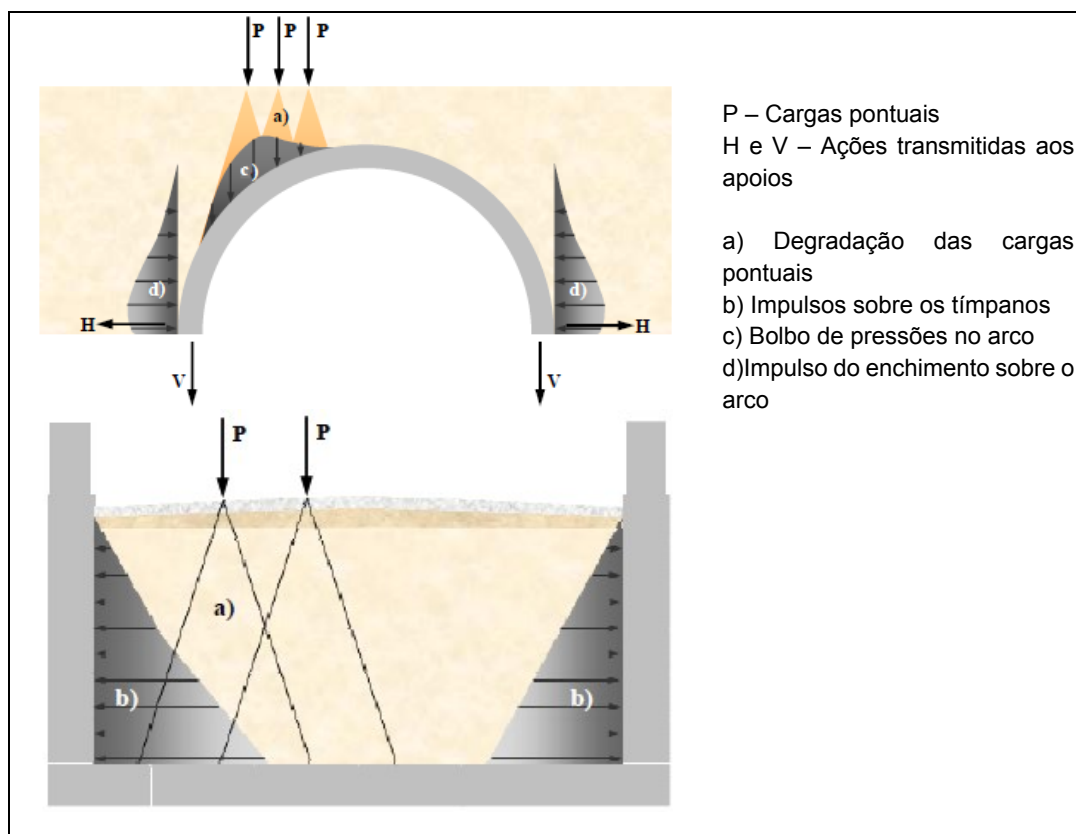


Figura 2.3 - Mecanismo de transmissão de cargas, adaptado de (Costa, C. 2009)

### 2.1.1 Pavimento

O pavimento constitui o elemento sobre o qual circula o tráfego, rodoviário, ferroviário ou pedonal. A sua função é receber as cargas aplicadas sobre eles e distribuí-las para o enchimento. No passado este elemento era constituído por unidades de alvenaria, sendo atualmente habitual observar-se uma camada de betuminoso, devido à ocorrência de intervenções recentes.

### 2.1.2 Enchimento

Este elemento encontra-se entre os arcos e os muros de tímpano. O material de enchimento apresenta como função principal a transmissão das cargas do pavimento para os arcos e para os muros de tímpano, como se pode observar na figura 2.3. Na direção transversal as ações transmitidas aos muros de tímpano pelo enchimento podem ser quantificadas através da determinação de um impulso ativo. Na direção longitudinal são mobilizados impulsos passivos sobre o arco, que têm sobre este uma ação estabilizadora (Costa, C 2009).

Em métodos de análise tradicionais, como a análise limite, a influência do enchimento e das paredes de tímpano na capacidade portante da estrutura foi desprezada, verifica-se no entanto que o material de enchimento aumenta o valor da carga de colapso, distribuindo cargas concentradas aplicadas no pavimento e aumentando a estabilidade ao aplicar compressão sobre o arco (Ford et al. 2003). Para além da altura do enchimento (figura 2.4), o comportamento do enchimento é influenciado pelo grau de confinamento conferido pelos arcos e pelos muros de tímpano, a diminuição da rigidez conduz a uma menor distribuição das cargas. Um maior confinamento conduz a uma distribuição das cargas mais eficaz, sendo o efeito mais sentido na direção transversal.

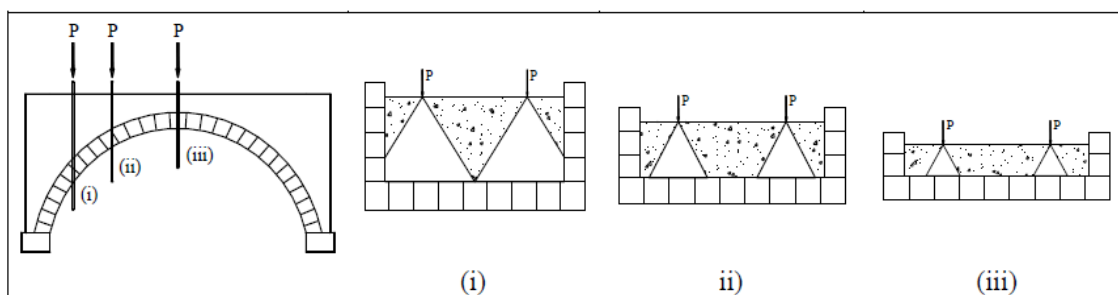


Figura 2.4 – Transmissão de cargas para várias alturas entre arco e enchimento, adaptado de (Morais, M. 2012)

### 2.1.3 Muros de tímpano

Os tímpanos são paramentos verticais exteriores de alvenaria, construídos sobre os arcos, pilares e encontros. Têm como função principal resistir aos impulsos ativo aplicados pelo enchimento e transmiti-los ao arco, na direção longitudinal a sua elevada rigidez contribui para restringir o movimento dos arcos na direção dos muros de tímpano, dificultando a formação de rótulas (Álamo, J. 2001). O comportamento da estrutura na direção transversal é muito condicionada pelo comportamento dos muros de tímpano e pela ligação destes com os arcos.

Na face interior estes elementos podem apresentar-se inclinados ou em degrau, com maior espessura junto à base. Em certos casos estes elementos podem ser substituídos por arcos

secundários para aligeirar as cargas, como indicado na figura 2.5d). Por vezes eram também construídos olhais sobre os arcos, os pilares ou os encontros para ter em conta o leito de cheia – estes podem ser observados nas figuras na figura 2.5a) b) e c)..



Figura 2.5 - Pormenores de Muros de Tímpano - a) Ponte de remondes ([www.panoramio.pt](http://www.panoramio.pt)); b) Ponte de Vila Formosa ([www.zerozero.pt](http://www.zerozero.pt)); c) Ponte da Curvaceira (<http://contraluz.blogs.sapo.pt>); d) Pont Gard ([www.musee-virtuel.com](http://www.musee-virtuel.com))

### 2.1.4 Arcos

Os arcos são constituídos por aduelas - unidades de alvenaria de elevada resistência, de forma cuneiforme, apoiadas sequencialmente. Estas tomam diferentes designações consoante a sua posição no arco. À primeira aduela a ser colocada dá-se o nome de aduela Saimel; à aduela que se encontra no topo dá-se o nome de aduela de fecho, as aduelas contíguas a esta são denominadas aduelas de contrafecho.

A superfície interna dos arcos é denominada de intradorso enquanto a superfície externa é denominada de extradorso.

À linha que une os centros de massa de todas as aduelas é chamada linha dos centros e à linha que une todos os centros de pressão nas juntas, correspondentes à resultante das forças que atuam nela dá-se o nome de linha de impulso.

Os arcos são os elementos que materializam os vãos a vencer e têm como função conduzir as cargas transmitidas pelo enchimento, pavimento e tímpanos para os pilares/fundações. Todo o peso do corpo da ponte descarrega sobre o arco, funcionando este essencialmente à compressão, pelo que o material utilizado é escolhido de forma a garantir grande resistência a este esforço. Devido à fraca resistência a esforços de tração, o bom funcionamento destes elementos depende da capacidade do enchimento em distribuir as cargas e da capacidade de serem mobilizados esforços horizontais nos apoios.

Os arcos podem ter diferentes formas, como indicado na figura 2.6.

### 2.1.5 Pilares/Encontros

Os pilares e os encontros servem de apoio aos arcos e têm como função transmitir os esforços destes, para as fundações, para além de resistirem à ação do escoamento do rio e outras ações sobre eles impostas. Estes elementos estão submetidos essencialmente a esforços de compressão. Quando construídos no leito de um curso de água os pilares são usualmente protegidos por talha-mares e talhantes.

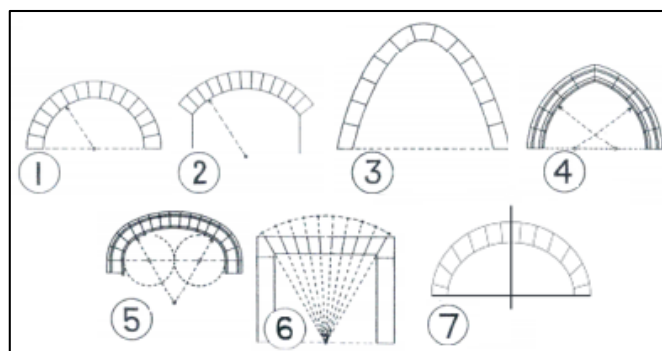


Figura 2.6 - Tipos de Arco - 1) Volta Perfeita; 2) Segmentado; 3) Parabólico; 4) Ogival; 5) Abatido; 6) Adintelado; 7) Elíptico, adaptado de (Costa, P. 2007)

### 2.1.6 Talha-Mares e Talhantes

Os talha-mares, normalmente triangulares, têm a função de encaminhar a água, reduzindo as pressões nos pilares enquanto os talhantes, normalmente retangulares, têm a função de proteger os pilares da sucção causado pelos vórtices de água. Na figura 2.7 pode ser vista uma ilustração destes elementos, enquanto na Figura 2.8 se pode ver alguns tipos de geometrias utilizadas.

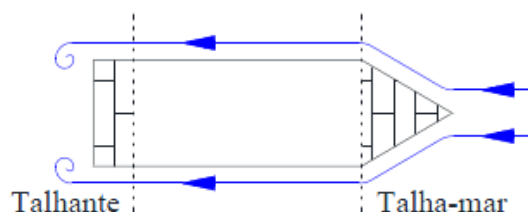


Figura 2.7 – Ilustração de Talhante/Talha-Mar, adaptado de (Morais, M. 2012)

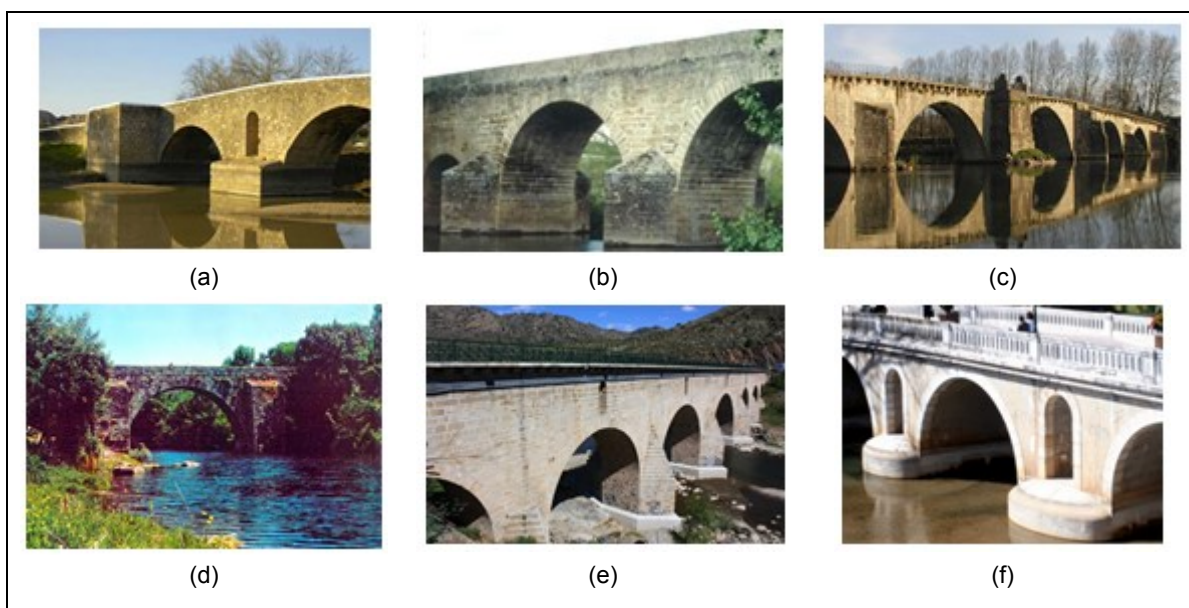


Figura 2.8 - Pormenores de Talha-Mares e Talhantes – a) Ponte de Monforte (igespar.pt); b) Ponte da Formigosa (bragancanet.pt); c) Ponte de Prado; d) Ponte de Caldelas; e) Ponte da Portela; f) Ponte sobre o rio Nabão, Tomar (ttt.ipt.pt)

### 2.1.7 Fundações

Eram construídas sobre o leito dos cursos de água a partir de ensecadeiras, podendo ser: (i) fundações diretas materializadas por sapatas sobre o afloramento rochoso ou apoios assentes sobre o maciço ou afloramento rochoso; (ii) fundações indiretas materializadas através de poços e pegões. A sua eficiência é condicionada pelos efeitos do escoamento do curso de água.

### 2.1.8 Guardas

As guardas têm como função fornecer segurança ao tráfego, tanto pedonal como rodoviário. São constituídas normalmente em alvenaria, podendo ainda ser constituídas por metal.

## **2.2 Comportamento dos materiais**

No capítulo anterior foram descritas as funções dos diferentes elementos constituintes das pontes em arco de alvenaria de pedra. Neste capítulo pretende-se descrever os materiais constituintes desses elementos bem como identificar os parâmetros básicos que definem o comportamento das alvenarias.

### 2.2.1 Alvenaria

As alvenarias constituintes das pontes em arco são constituídas por blocos de pedra, ou blocos cerâmicos, associados por juntas que podem ou não conter argamassa de ligação, constituindo um material heterogéneo, anisotrópico e descontínuo.

O comportamento mecânico da alvenaria depende do comportamento dos seus constituintes, blocos, argamassa e interfaces. As juntas constituem planos de descontinuidade onde podem ocorrer abertura de fendas e escorregamento.

É usual distinguir os diferentes tipos de alvenaria de acordo com o tipo de interfaces, consoante se tratem de juntas argamassadas ou juntas secas, e de acordo com o aparelho, regulares ou irregulares como se pode observar na figura 2.9.

Apesar dos diferentes tipos de alvenaria que podem ser encontrados, existem características comuns a todas elas, nomeadamente a baixa resistência à tração, a resistência ao corte das juntas traduzidas por leis de Coulomb e o decréscimo da resistência com a progressiva deformação – fenómeno que se designa por amolecimento. (Gago, A.S. 2004)

O amolecimento é uma característica dos materiais quasi-frágeis, nos quais se inclui a alvenaria (figura 2.10). Estes materiais ainda antes de serem carregados apresentam micro-fendilhação interna devido a fenómenos de retração ou de arrefecimento durante a sua formação. A resposta ao carregamento resulta num troço com resposta elástica-linear até ao pico da tensão resistente, correspondente a uma fase em que as micro-fendas do material estão estáveis, no final desta fase verifica-se alguma não linearidade na curva correspondente à aceleração na formação de fendas, começando a formação de macro-fendas, a curva apresenta então um ramo de amolecimento na qual a deformação continua a aumentar com a diminuição da carga. (Lourenço, P. 1996)



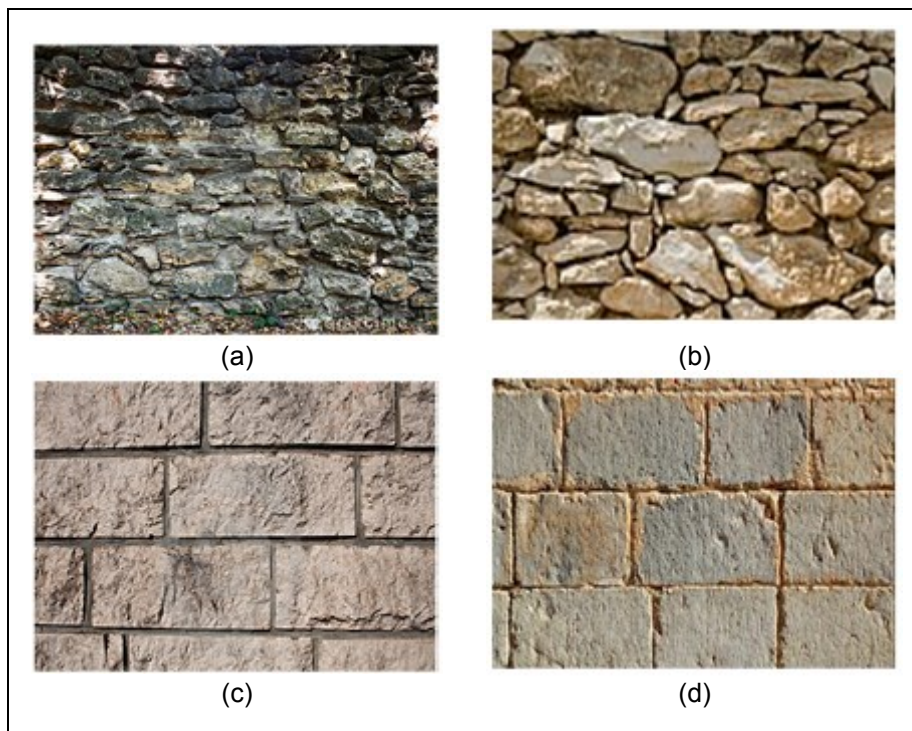


Figura 2.9- a) Aparelho irregular com juntas preenchidas; b) Aparelho irregular com junta seca; c) Aparelho regular com juntas preenchidas; d) Aparelho regular com junta seca

O efeito do amolecimento é verificado na resposta da alvenaria quando sujeita a tensões de compressão, tração e corte. Na figura 2.11 apresentam-se diagramas tensão-deslocamento para os diferentes ensaios, nos quais é possível observar um conjunto de parâmetros representativos do comportamento da alvenaria: tensão de pico, energia de deformação e rigidez elástica.

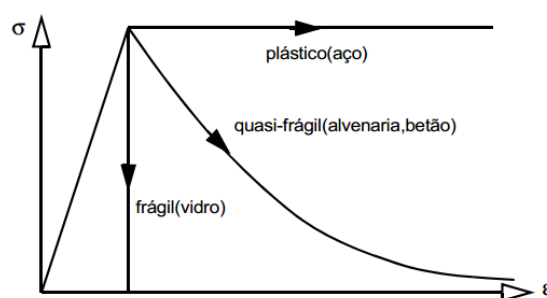


Figura 2.10 – Curvas tensão-deformação para diversos tipos de material

A tensão de pico é uma característica fundamental no comportamento mecânico dos materiais, quando esta é atingida passa a ser necessário estabelecer uma lei de abertura de fenda, a qual pode ser conseguida através da energia de fratura.

A energia de fratura ( $G_f$ ) representa a energia que é necessária para se dar a propagação de uma fenda de superfície unitária, sendo representada pela área abaixo das curvas tensão-deslocamento.

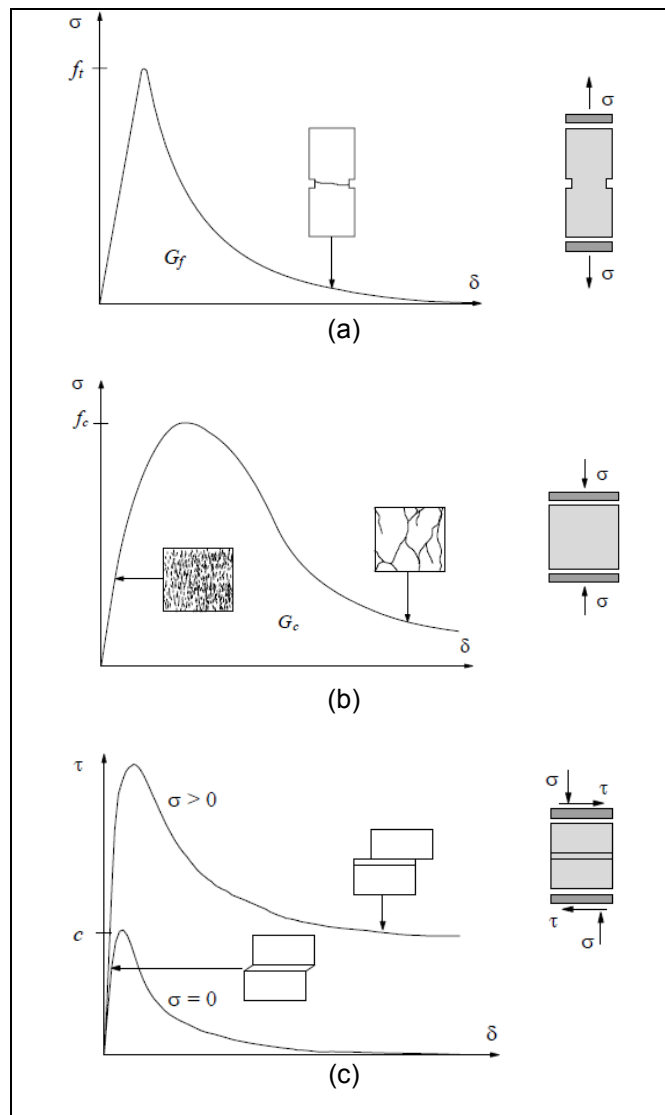


Figura 2.11 – Gráficos tensão-deformação para esforços de: a) tração; b) compressão e c) corte, adaptado de Lourenço, P. 1998.

### 2.2.1.1 Propriedades da junta

Um aspeto fundamental do comportamento da alvenaria é a interface de ligação argamassa-bloco, que constitui o elo mais fraco nas estruturas de alvenaria e condiciona a resposta não linear à tração das juntas. Podem ocorrer dois tipos de fenómeno na junta, um associado a rotura por tração e outro associado a rotura por corte. (Lourenço, 1998)

Van der Pluijm (1992) identificou para a rotura em modo I uma curva de amolecimento exponencial com energias de fratura entre 0.005 e 0.02  $Nmm/mm^2$  e tensões de pico entre 0.3 e 0.9 MPa. Enquanto para a falha em modo II identificou valores da energia de fratura entre 0.01 e 0.25  $Nmm/mm^2$  MPa dependentes da tensão de confinamento, para valores da coesão inicial entre 0.1 e 1.8 MPa. Obtiveram-se ainda os valores de outros parâmetros que definem o comportamento ao corte das juntas, o ângulo de atrito interno  $\phi_0$ , com valores de  $\tan\phi_0$  a variar entre 0.7 e 1.2; o ângulo de atrito interno residual  $\phi_r$ , com valores de  $\tan\phi_r$  constante e igual a 0.75; e o ângulo de dilatância, o qual depende da intensidade de confinamento, com valores de  $\tan\psi$  a variar entre 0.2 e 0.7. (Lourenço, P. 1998)



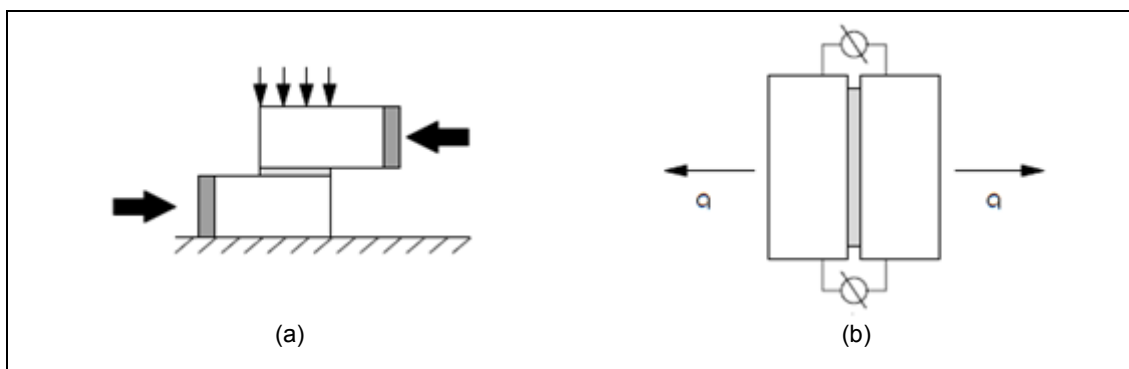


Figura 2.12 – Esquematização do ensaio de Van der Pluijm, adaptado de Lourenço, P. (1998)

### 2.2.1.2 Comportamento da alvenaria à compressão uniaxial

O comportamento à compressão uniaxial da argamassa é condicionado pela diferença nas propriedades elásticas entre blocos e argamassa. Com a aplicação de esforços de compressão à alvenaria a argamassa tende a expandir lateralmente mais do que os blocos. A ligação por atrito e coesão entre blocos e argamassa leva então a um confinamento lateral da argamassa que desenvolve esforços de corte na interface e resulta num estado de tensão triaxial de compressão na argamassa, e um estado biaxial de tração e compressão nos blocos. Como consequência ocorrem no provete fendas paralelas à direção do carregamento.

O comportamento da alvenaria à compressão é então claramente influenciado pela rigidez e resistência da argamassa. (Gago, A.S. 2004)

No que respeita a alvenaria de juntas secas verificam-se menores valores de resistência à compressão uniaxial. Podendo estes valores ser explicados pela não uniformização das tensões nas juntas.

Na figura 2.13 apresentam-se os testes normalmente realizados para estudar o comportamento da alvenaria à compressão, sendo geralmente aceite o ensaio proposto pelo RILEM.

O Eurocódigo 6 apresenta uma expressão para o cálculo da resistência à compressão de painéis de alvenaria na qual se pode verificar a dependência das características dos seus componentes,

$$f_k = k \cdot f_b^\alpha \cdot f_m^\beta$$

onde  $f_k$  representa a resistência à compressão característica da alvenaria,  $k$  uma constante inferior à unidade dependente do tipo de unidade e argamassa,  $\alpha$  e  $\beta$  constantes inferiores à unidade dependentes do tipo de argamassa e da espessura das juntas,  $f_b$  e  $f_m$  a resistências à compressão das unidades e da argamassa, respetivamente.

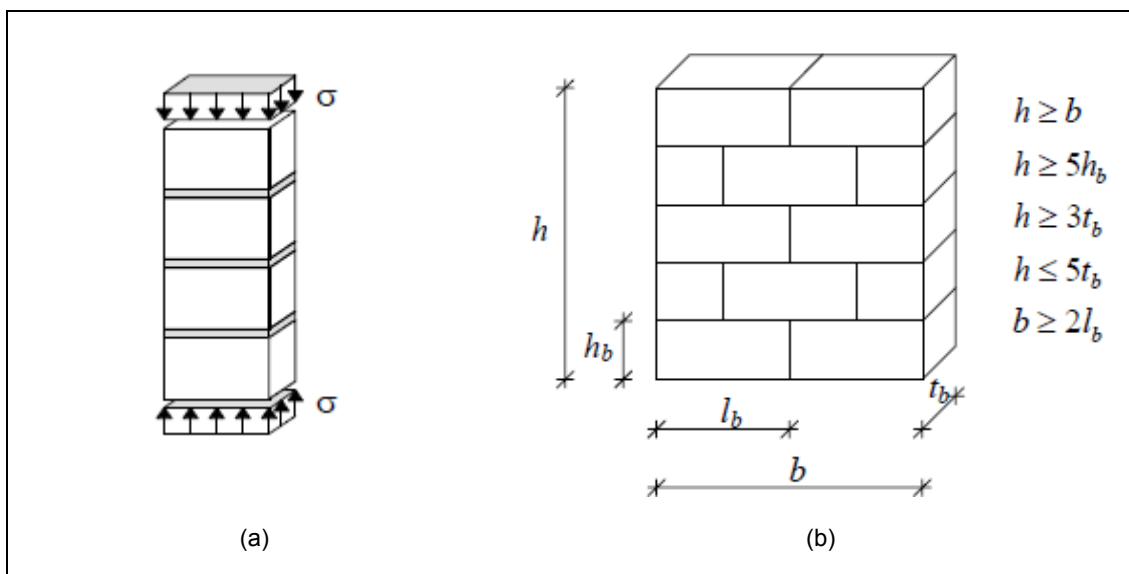


Figura 2.13 – Ensaio utilizado para a caracterização da alvenaria à compressão; a) Stacked Bond Prism; b) ensaio RILEM, adaptado de (Lourenço, P. 1998)

### 2.2.1.3 Comportamento da alvenaria a tração uniaxial

Quando solicitada à tração existem duas possibilidades para o colapso, podendo dar-se a rotura pelas juntas argamassa-bloco ou diretamente no bloco, dependendo da resistência relativa à tração dos dois componentes. Nestes casos a resistência à tração da alvenaria pode ser simplificada considerando-a igual à resistência das juntas ou dos blocos, respetivamente. Outros casos existem em que a fratura se dá indistintamente pelos blocos e pelas juntas, não podendo a resistência da alvenaria à tração ser dada simplesmente pela resistência de um dos elementos.

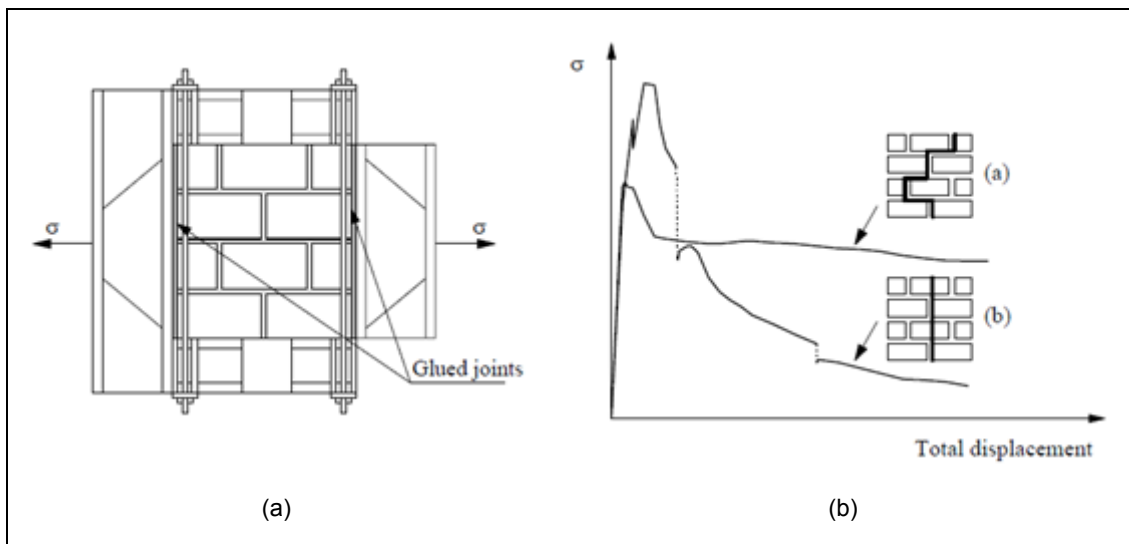


Figura 2.14 – Ensaio de Backes 1985 - a) Esquematisação do ensaio; b) Resultados obtidos.

Backes (1985) foi um dos investigadores a estudar o comportamento da alvenaria quando sujeita a esforços de tração uniaxiais, verificando diferentes modos de colapso em função da diferença entre a resistência à tração nos elementos. Os ensaios de Backes resultaram em dois modos de

rotura (figura 2.14) No modo em que as fendas se dão zigzagueando pelas juntas verificou-se uma resistência residual, sendo o comportamento pós-pico governado pelas superfícies de adesão horizontais e verticais. No segundo modo, no qual as fendas se propagam pelos blocos e pelas juntas verificou-se o decréscimo da resistência até zero. Neste caso o comportamento das juntas é governado pelo comportamento das juntas e dos blocos.

#### 2.2.1.4 Comportamento da alvenaria sujeita a estados de tensão biaxiais

O comportamento da alvenaria sobre ação de estados de tensão biaxiais não pode ser descrita a partir do comportamento observado quando sujeita a estados de tensão uniaxiais. Consoante a direção das solicitações a alvenaria apresenta um comportamento mecânico diferente devido à anisotropia dos blocos e à existência de juntas entre eles, que constituem planos de fragilidade. A resistência das alvenarias é então dependente da orientação das tensões principais relativamente à orientação das juntas e unidades, não sendo possível descrever o comportamento da alvenaria sobre ações biaxiais através das suas características uniaxiais.

Page (Page 1981, 1983) foi um dos autores que se dedicou a estudar este fenómeno, submetendo painéis de alvenaria regular de tijolo cerâmico a estados de tensão biaxiais, levando-os à rotura. É de verificar a variação dos resultados com a alteração dos ângulos entre a direção solicitada e os eixos materiais (figura 2.15).

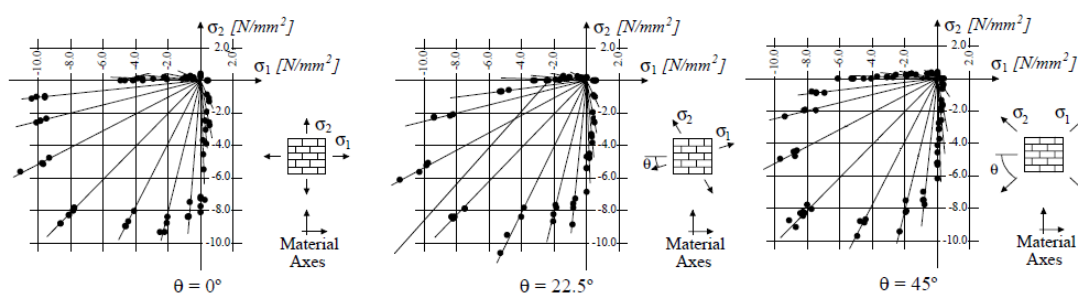


Figura 2.15 – Resultados de ensaios de alvenaria sujeita a estados biaxiais por Page, Page (1981,1983) citado por Lourenço, P. (1998)

No trabalho de Dhanasekar et al. (1985) é apresentada uma sistematização dos modos de rotura encontrados em painéis de alvenaria de tijolo maciço de juntas argamassadas submetidos a carregamento uniaxial e biaxial (figura 2.16), concluindo-se que a orientação das tensões principais relativamente à orientação das juntas tem grande influência no modo de rotura. Nos casos de tração uniaxial observa-se que a fendilhação ocorre numa única falha, situada em zona de juntas, enquanto nos casos de compressão uniaxial aparecem diversas fendas na direção paralela às tensões principais, tanto em zona de juntas como em zona de bloco. Nos casos de carregamento biaxial observa-se que a fendilhação ocorre numa única fenda, a qual pode atravessar apenas as juntas, ou também os blocos, dependendo da orientação.

#### 2.2.2 Enchimento

Em pontes de alvenaria de pedra a solução mais frequentemente utilizada para o preenchimento dos enchimentos são materiais granulares de granulometria extensa, constituídos por agregados de partículas de natureza diversa, como terra ou cascalho.

Estes materiais apresentam reduzida resistência à tração e cedência por corte. O seu comportamento em termos de relação entre tensões e deformações apresenta elevada não linearidade, histerese e plastificação, estando dependente de características intrínsecas e extrínsecas ao material, e dependência da tensão de consolidação (Costa, C. 2009). A cedência por corte pode ser aproximada pelo critério de cedência de Mohr-Coulomb, dado pela equação (2-1), que representa a dependência entre a tensão e a deformação em função da coesão e do ângulo de atrito, enquanto a cedência plástica é dada por leis constitutivas do comportamento.

$$\tau = c + \sigma_c \tan(\phi) \quad (2-1)$$

No caso de areias soltas a parcela relativa à coesão é nula, passando a envolvente de rotura por corte a ser dada por,

$$\tau = \sigma_c \tan(\phi) \quad (2-2)$$

Correspondendo a rotura à ocorrência de deslizamento e rolamento entre as partículas.

No caso das areias soltas a relação da tensão de desvio com as deformações axiais não apresenta resistência de pico – o imbricamento entre as partículas é reduzido sendo o atrito determinado pelas condições de deslizamento e rolamento entre as partículas. Pelo contrário, no caso de areias bem compactadas, o imbricamento determina a resistência de pico, e a deformação é acompanhada por aumento de volume (dilatância) na direção perpendicular ao plano de corte.

Angle $\theta$	Uniaxial tension	Tension/ compression	Uniaxial compression	Biaxial compression
0°				
22.5°				
45°				
67.5°				
90°				

Figura 2.16 – Sistematização dos modos de rotura encontrados em painéis de alvenaria de tijolo maciço de juntas argamassadas submetidos a carregamento uniaxial e biaxial, adaptado de Dhanasekar et al. (1985) citado por Costa, C. 2009

É frequente observar-se alguma reserva de resistência associada a fenómenos de galgamento entre as partículas, e no caso de materiais estruturados, à desestruturação das ligações entre as partículas, diminuindo a ocorrência destes fenómenos com o aumento da consolidação.

O ângulo de dilatância nestes materiais depende das condições de deslizamento, rolamento e galgamento entre as partículas sendo o critério de cedência de Mohr-Coulomb representado pela equação (2-3). O índice  $\psi$  representa o ângulo de dilatância. A dilatância depende da tensão de consolidação e do índice de vazios sendo o ângulo de dilatância tanto maior quanto menor a tensão de consolidação. A envolvente de Mohr-Coulomb representa uma função não linear, apresentando curvatura para consolidações baixas e linearidade para consolidações mais altas.

$$\tau = \sigma_c \tan(\phi + \psi) \quad (2-3)$$

Em modelos numéricos é, no entanto, mais normal utilizar critérios de cedência lineares. Neste caso adota-se para o critério de Mohr-Coulomb uma equação análoga à equação (2-1), com o valor da coesão,  $c'$ , que representa uma coesão aparente, a traduzir os fenómenos de galgamento

O comportamento na fase plástica pode ser aproximado através de modelos elasto-plásticos perfeitos, com endurecimento ou amolecimento linear ou através de leis de endurecimento/amolecimento. Neste contexto insere-se o modelo de Drucker-Prager, o modelo de Cam-Clay ou o modelo de Lade.



### 3. Modos de Ruína de Pontes em Arco de Alvenaria de Pedra

Ao longo dos próximos parágrafos são indicados os diferentes modos de rotura que se podem observar nas pontes em arco de alvenaria de pedra. A identificação dos modos de ruína é essencial para a definição dos estados limites últimos (ELU) – definem as condições a partir das quais se forma um mecanismo de colapso na estrutura e seus elementos de apoio - e os estados limites de serviço (ELS) – definem as condições a partir das quais as condições de uso normal da estrutura são comprometidas. (Álamo, J. 2001; Costa, C. 2009)

Com o objetivo de caracterizar os diferentes modos de rotura foram realizadas várias campanhas de ensaios à rotura em pontes reais – sendo de salientar os trabalhos realizados pelo TRL (*Transport Research Laboratory*) no Reino Unido – e construídas em laboratório.

Os ensaios do TRL foram realizados sobre treze pontes, pretendendo-se englobar o maior número possível de tipologias, variando o material, a forma, o comprimento do vão e o número de camadas do arco, bem como o perfil longitudinal.

Os ensaios foram realizados aplicando cargas de faca estáticas a  $1/4$  ou  $1/3$  do vão dos arcos. O facto de o tipo de cargas aplicadas às estruturas ser um carregamento linear que mobiliza essencialmente a resposta da estrutura na direcção longitudinal leva a modos de rotura essencialmente longitudinais. Na tabela 3.1 apresentam-se os resultados dos modos de rotura de algumas das pontes ensaiadas.

	Vão do arco (m)	Largura total (m)	Posição da Carga	Forma do Arco	Material dos Blocos	Carga Última (kN)	Mecanismo de rotura
Bridgemill	18.30	8.30	$1/4$ do vão	Parabólico	Granito	3100	Formação de rótulas
Preston	4.95	5.70	$1/3$ do vão	Elíptico	Granito	2110	Esmagamento
Prestwood	6.55	3.80	$1/4$ do vão	Segmental	Tijolo	228	Mecanismo de 4 rótulas
Torksey	4.90	7.80	$1/4$ do vão	Segmental	Tijolo	1080	<i>Snap-Trough</i> de 3 rótulas
Strathmashie	9.42	5.81	$1/4$ do vão	Segmental	Pedra mal Aparelhada	1325	Rotura transversal

Tabela 3.1 – Resultados dos ensaios realizados pelo *Transport Research Laboratory*, adaptado de Álamo, J. 2001

Para além dos danos nas estruturas que conduzem ao colapso, existem outros tipos de danos que apesar de provocarem a degradação das estruturas não provocam colapso. Estes danos podem ser de natureza mecânica, química, física, biológica, sísmica ou devidos à ação humana. Este tipo de danos não são tratados neste trabalho, podendo ser consultada informação noutros trabalhos, nomeadamente, Costa, C. (2009) e Morais, M. (2012).

Na tabela seguinte são sintetizados os modos de ruína possíveis de acontecer em cada um dos elementos das estruturas.

<i>Direção</i>	<i>Elemento</i>	<i>Modo de Ruína</i>
<i>Longitudinal</i>	Arco	Mecanismo de 4 rótulas
		Mecanismo de 5 rótulas
		<i>Snap-trough</i> de três rótulas
		Esmagamento
		Escorregamento
	Muros de Tímpano	Esmagamento
<i>Transversal</i>	Global	Mecanismo de rótulas global
	Enchimento, Muros de Tímpano e Arcos	Inclinação do tímpano com rotação da base
		Escorregamento do tímpano
		Fendas longitudinais no arco
		Flexão e punção no arco

Tabela 3.2 – Síntese dos modos de ruína que podem ser desencadeados em pontes em arco de alvenaria de pedra

### ***3.1 Modos de rotura relacionados com o comportamento na direção longitudinal***

#### ***3.1.1 Mecanismos de rótulas no arco***

As características materiais dos arcos normalmente determinam o seu modo de ruína. Os arcos são formados por aduelas justapostas com ou sem argamassa nas juntas, são subestruturas que possuem grande resistência a esforços de compressão, sendo esta resistência dada principalmente pelas aduelas, e baixa resistência a esforços de tração devido às descontinuidades nas quais podem ocorrer movimentos de fecho/abertura e escorregamento.

Nos arcos podem ocorrer diversos tipos de mecanismos envolvendo a formação de rótulas, dependendo das cargas aplicadas, condições de fronteira e da resistência dos materiais. Nos mecanismos de rotura que afetam apenas os arcos pode dar-se a formação de um mecanismo de 4 rótulas – no caso em que é aplicada uma carga concentrada a  $1/3$  ou  $1/4$  do vão – ou um mecanismo de 5 rótulas – quando as cargas gravíticas se sobrepõem às cargas pontuais ou quando é aplicada uma carga concentrada a  $1/2$  vão.

Existem ainda mecanismos que envolvem outros fenómenos para além da formação de rótulas no arco, podendo estes mecanismos englobar esmagamento ou formação de *snap-trough* de três rótulas. (Costa, C. 2009)

##### ***3.1.1.1 Mecanismos de quatro e cinco rótulas***

São apresentados na figura 2.1 os mecanismos de 4 e 5 rótulas formados aquando da aplicação de cargas a  $1/3$  e  $1/2$  a contar do extremo do arco. Nas figuras pode também ser observada a linha de pressões - lugar geométrico das consecutivas intersecções entre as direções das resultantes das pressões atuantes nas juntas - que passa no intradorso e extradorso dos arcos na zona da formação de rótulas.



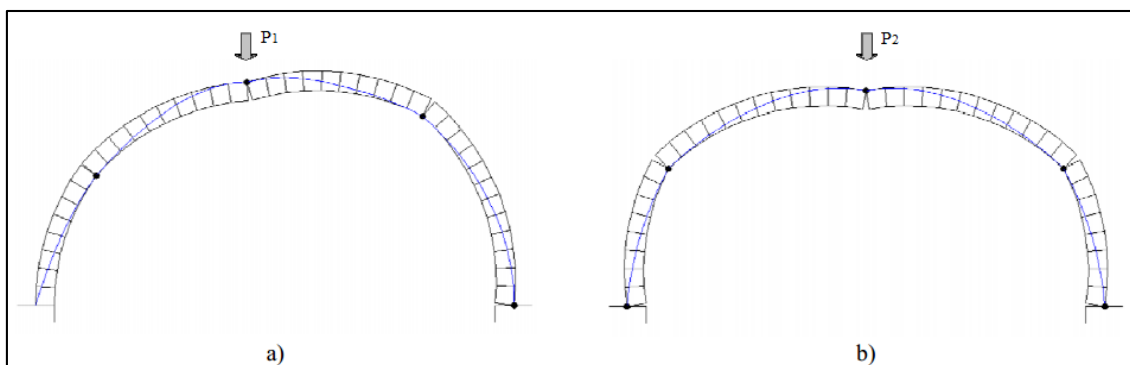


Figura 3.1 – a) Mecanismo de 4 rótulas; b) Mecanismo de 5 rótulas, adaptado de Costa, C. 2009

Estes tipos de mecanismo podem ser impedidos quando os muros de tímpano oferecem resistência suficiente. A presença dos tímpanos tem então um efeito favorável na medida em que quando o arco tende a empurrar o tímpano este exerce pressão sobre ele, rigidificando a estrutura e impedindo a formação de rótulas. Quando existe separação entre o extradorso do arco e os muros de tímpano este tipo de mecanismo passa a formar-se sem grandes restrições, estando geralmente este fenómeno associado ao comportamento dos muros de tímpano.

Na experiência relatada foi o que se verificou na ponte de Bridgemill e Prestwood, na qual após queda dos tímpanos ocorreu a formação de um mecanismo de rótulas no arco e consequente ruína da estrutura, como ilustrado na figura 3.2.

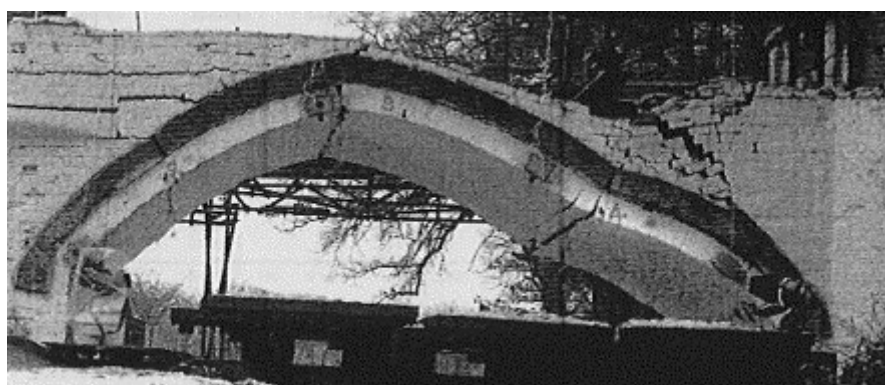


Figura 3.2 – Modo de rotura da ponte de Prestwood, Page 1987

Este tipo de estabilidade fornecida pelos tímpanos pode também ser fornecida pelo enchimento. Na figura 3.3 ilustra-se este fenómeno, verificando-se a diferença no comportamento da estrutura consoante a qualidade do enchimento.

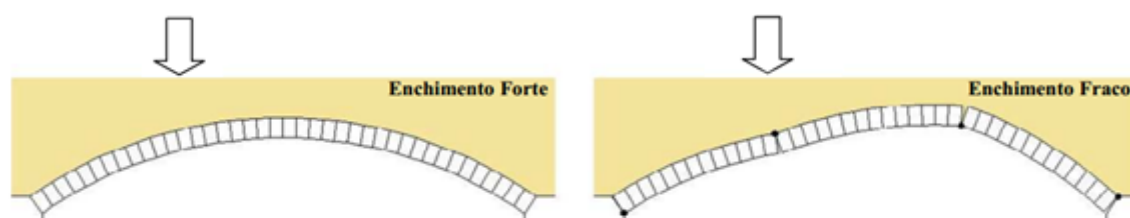


Figura 3.3 – Influência da qualidade do enchimento na formação de rótulas no arco, adaptado de Costa 2009

### 3.1.1.2 Mecanismo multi-arco de sete rótulas

Este modo de ruína está associado a estruturas de dois tramos nas quais a esbelteza dos pilares permite a interação entre os dois arcos e dá-se ao serem formadas 6 rótulas divididas por dois arcos sucessivos. A existência dos tímpanos na zona do pilar faz com que os dois arcos trabalhem em conjunto, enquanto na zona de coroamento destes elementos não tem a rigidez suficiente para impedir o desenvolvimento de rótulas no arco.

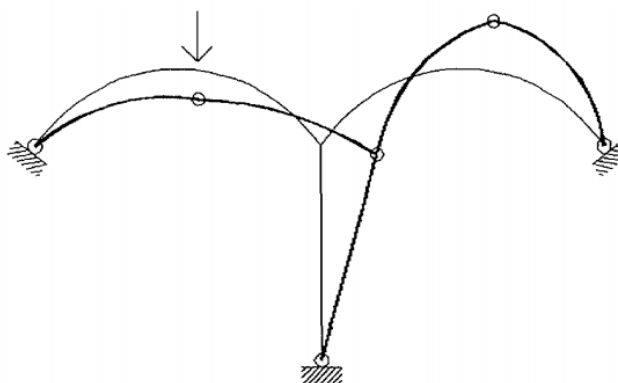


Figura 3.4 – Mecanismo multi-arco de 7 rótulas, adaptado de Álamo, J. (2002)

### 3.1.1.3 “Snap-through” de três rótulas

Este tipo de rotura está associado a instabilidade por perda de equilíbrio no arco. A probabilidade de ocorrência deste fenómeno de rotura é baixo, ocorrendo normalmente associada a arcos muito rebaixados onde sejam possíveis movimentos horizontais nos apoios e elevadas deformações verticais.

Foi proposto por Harvey e Wang uma metodologia para o cálculo da carga de colapso devido a este fenómeno, com base no modelo ilustrado na figura 3.5, onde  $P$  representa a carga aplicada ao arco,  $h$  a altura do arco entre duas rótulas consecutivas,  $d$  o deslocamento vertical da rótula central,  $k$  a rigidez dos encontros do arco e  $H$  a reação horizontal transmitida aos encontros.

O modelo proposto indica como fator crítico para a ocorrência de instabilidade a flexibilidade e forma do arco e é definido através do valor crítico do deslocamento vertical da rótula central,  $d_{cr}$ .

### 3.1.2 Esmagamento do arco

Apesar de normalmente as tensões de compressão no arco serem bastante reduzidas comparadas com a sua resistência, este fenómeno pode ocorrer em zonas onde existem grandes concentrações de tensões de compressão, estando normalmente associado a tipologias de arcos mais rebaixados e esbeltos constituídos por materiais de baixa resistência nos quais se verifica uma ligação entre aduelas que impede o desenvolvimento de rótulas. Pode ainda ocorrer devido a um efeito demasiado rigidificador proveniente dos tímpanos, impedindo a formação de um

mecanismo – para que isto ocorra a união entre os tímpanos deve ser fiável e resistente o que normalmente não se verifica. (Álamo, 2002).

Na experiência relatada verificou-se este fenómeno na ponte de Preston, constituída por um arco ligeiramente rebaixado constituído por aduelas de granito, na qual a carga foi aplicada a 1/3 do vão. Verificou-se em primeiro a formação de um mecanismo de rótulas, o qual não acabou de se formar devido à rigidez dos tímpanos e do enchimento, acabando por ruir por esmagamento. (Page, 1987 citado por Costa, C. 2009)

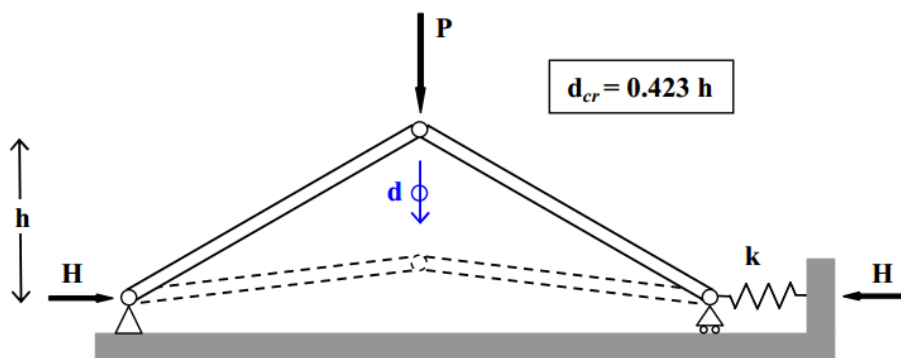


Figura 3.5 – Modelo de Harvey e Wang para o cálculo da carga de colapso devido à ocorrência de snap-through de três rótulas, adaptado de Costa, C. 2009

### 3.1.3 Escorregamento nas aduelas do arco

O escorregamento no arco dá-se quando há perda de aderência entre as aduelas (figura 3.6), sendo mais comum em alvenaria de junta seca na qual a junta não proporciona qualquer aderência.

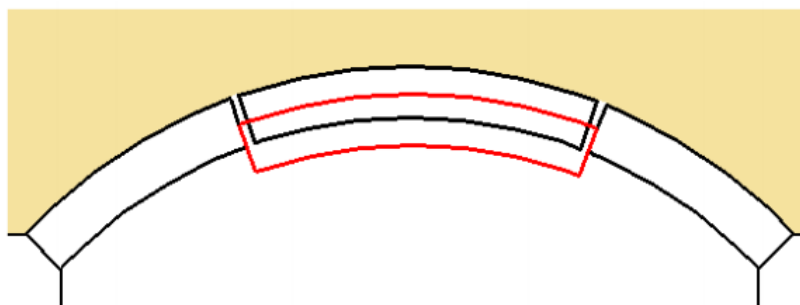


Figura 3.6 – Mecanismo rotura por escorregamento do arco, adaptado de Costa, C. (2009)

### 3.1.4 Esmagamento nos tímpanos

Este tipo de rotura está associado a esforços de compressão elevados e é caracterizado pela ocorrência de fendilhação na direção dos esforços de compressão. Este tipo de situação resulta normalmente no colapso global da ponte.

Este mecanismo foi identificado numa campanha de ensaios realizados por Gilbert (1993), no qual se verificou um mecanismo de rotura com formação de 4 rótulas (figura 3.7). Neste ensaio os danos nos tímpanos foram acompanhados por danos na ligação entre este e o extradorso do

arco. As fendas surgem localizadas nas zonas de aplicação das cargas e são acompanhadas por uma fenda vertical ou ligeiramente inclinada correspondente ao efeito de compressão da carga vertical e de tração por rotação no plano do tímpano devido à deformação do arco.

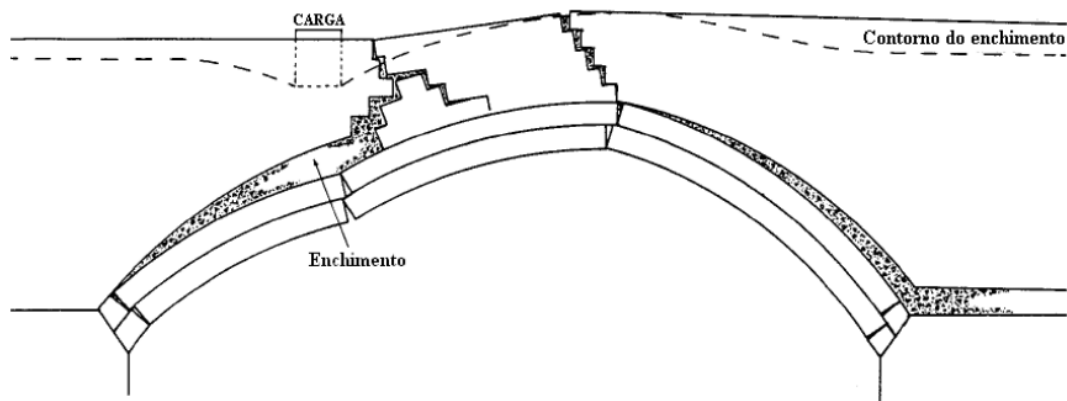


Figura 3.7 – Mecanismo de rotura formado pelo esmagamento dos tímpanos, Gilbert (1993)

## ***3.2 Modos de rotura relacionados com o comportamento na direção transversal***

### ***3.2.1 Separação entre os tímpanos e o arco***

Os muros de tímpano são sujeitos a impulsos horizontais provenientes do enchimento. Estes impulsos atuam na direção perpendicular ao plano dos tímpanos podendo dar origem a vários tipos de dano devidos, essencialmente devido à rotação da base do tímpano e à separação entre o tímpano e o arco na ligação entre eles. No limite pode ocorrer ruína para fora do plano (figura 3.8).



Figura 3.8 – Modos de colapso associados aos muros de tímpano, adaptado de Costa, C. 2009

Quando transmitidos aos arcos, os impulsos horizontais provocam esforços de tração no arco que quando atingem a resistência limite das juntas ou das aduelas provocam fendilhação longitudinal.

### 3.2.2 Flexão e punçoamento no arco

A elevada rigidez dos tímpanos na direção longitudinal faz com que o arco funcione, na direção transversal, como uma laje apoiada nos tímpanos. Devido às cargas transmitidas ao arco, este pode apresentar danos localizados devido a esforços de corte e de flexão. Este tipo de dano pode ser agravado por degradação do enchimento, o qual passa a distribuir as cargas de forma menos eficiente. Quando a resistência à flexão é excedida o arco exibe excessivas aberturas nas juntas até ao colapso por flexão. No caso da resistência ao corte ser excedida ocorrem destacamentos ou queda de blocos do arco.



## 4. Evolução do Conhecimento

---

O conjunto de conhecimentos utilizados na construção de pontes em arco de pedra foi crescendo ao longo dos séculos por métodos de tentativa e erro, o que permitiu estabelecer algumas regras básicas de dimensionamento destas estruturas.

Pretende-se neste capítulo descrever os estudos principais que possibilitaram a evolução do conhecimento e o desenvolvimento de regras de comportamento e de dimensionamento destas estruturas. Para uma descrição mais detalhada é aconselhada a consulta de *Rouxinol, 1999, Gago, A.S. 2004 e Costa, P. 2007*.

A análise ao comportamento do arco pode ser dividida em dois tipos: tradicional e moderna.

A análise tradicional pode ser dividida em diversas fases:

- Uso de regras empíricas baseadas em proporções geométricas até ao século XVII.
- Uso de algoritmos algébricos e geométricos entre o final do século XVII e a primeira metade do século XIX.
- Uso de algoritmos algébricos e gráficos com base nos métodos anteriores com desenvolvimento no início do século XIX.
- Uso de métodos gráficos baseados na linha de impulso e desenvolvidos na segunda metade do século XIX.

A análise moderna começa com a adaptação dos métodos gráficos baseados na linha de impulso à análise limite e continua com os métodos numéricos.

**Leon Battista Alberti (1452)** apresentou o seu trabalho “*De reaedificatoria*” ao papa Nicolau V. Este é o primeiro trabalho que explica o comportamento dos arcos. Neste trabalho é realçada a importância da distribuição da massa na estabilidade de um arco. Estudou ainda a proporção dos vários elementos destas pontes, sendo estas regras constituídas doutrinas oficiais para o desenho de pontes e seguidas até meados do século XVIII. Na Figura 4.1a) pode observar-se um esboço da ponte ideal segundo Alberti. (Costa, P. 2007)

**Leonardo Da Vinci** terá sido o primeiro a esboçar um estudo mecânico dos arcos. Nas Figura 4.1b) e c) podem observar-se esboços com a finalidade de estudar o comportamento do arco, mostrando por exemplo esboços corretos de mecanismos de colapso descobertos 200 anos depois por Danizy.

**Robert Hooke (1675)** apresenta a primeira noção de catenária invertida, sem no entanto, apresentar qualquer justificação matemática. Hooke enunciou o seguinte teorema: “Da mesma forma que se suspende um fio flexível, também assim, mas invertido, se sustenterá um arco rígido”.

**David Gregory (1697)** afirmou que a catenária invertida é a forma correta de um arco de alvenaria de secção constante que suporta apenas o seu peso, ou seja, quando um arco que não tem a forma de uma catenária se sustém é porque no seu interior está incluída uma catenária.

Ficou, com esta afirmação, definida a aplicação do teorema do limite inferior da análise plástica a estruturas de alvenaria.

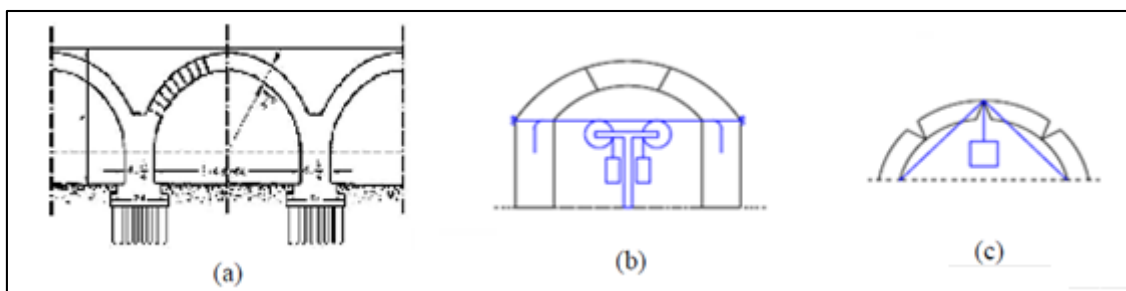


Figura 4.1 – a) Esboço da ponte ideal segundo Alberti, adaptado de Costa, P. 2007; Estudo do comportamento dos arcos por L. da Vinci: b) propostas de formas de medição de impulsos e c) ensaios em arcos, adaptado de (Huerta, 1996 citado por Morais, M. 2012)

**Philippe de la Hire (1712)** estudou pela primeira vez o comportamento dos arcos aplicando conceitos da estática, sendo o primeiro investigador a utilizar uma abordagem científica, pois até aqui apenas eram utilizadas interpretações intuitivas das observações experimentais.

Em 1712 este autor apresenta uma memória com o objetivo de estabelecer regras racionais para o dimensionamento dos pés direitos que suportam os arcos. Nesta memória o autor defende que o mecanismo de colapso se dava por deslizamento de cunhas que por ação do peso próprio fariam deslocar verticalmente a parte superior do arco empurrando os encontros para fora, ficando desta forma o estudo reduzido ao equilíbrio dos três corpos rígidos resultantes (Figura 4.2). (Gago, A.S. 2004)

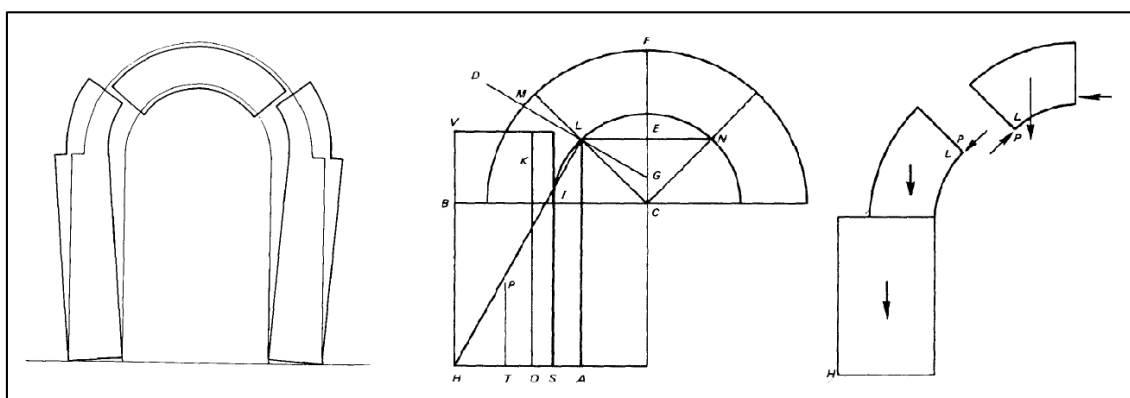


Figura 4.2 – Modelos de Philippe de la Hire para o colapso do arco, adaptado de (Costa, P. 2007)

A tese deste autor não seria no entanto confirmada pelos trabalhos de Augustin Danysy, nos quais a ruína do arco se dava pela formação de rótulas nas juntas entre aduelas, continuando no entanto a ser aceite até finais do século XIX.

**Pierre Couplet de Tartreux (1729)** apresentou na *Académie Royale des Sciences* duas memórias onde estavam incluídos estudos sobre o comportamento estrutural dos arcos.

Na primeira memória estuda a linha de impulsos considerando a hipótese de atrito nulo entre as aduelas, hipótese já considerada, sem sucesso, por la Hire.

Na segunda memória é considerado pelo autor a existência de atrito suficiente entre as aduelas para que não exista deslizamento, para além de considerar que os níveis de tensão são suficientemente baixos para que a hipótese de esmagamento por compressão seja desprezável e que a resistência a esforços de tração é muito baixa – desta forma estão identificadas as premissas que permitem aplicar a análise plástica às estruturas de alvenaria.



O teorema do limite inferior aplicado a um arco diz que se for encontrada uma linha de pressões dentro do arco, que esteja em equilíbrio com as cargas aplicadas então esse arco não entrará em colapso.

Couplet dedicou-se a determinar a espessura mínima de um arco sujeito apenas ao seu peso próprio. Segundo este o arco colapsaria dividindo-se em quatro partes unidas por articulações. Através de considerações de equilíbrio e considerando as articulações a  $45^\circ$  o autor chegou a uma relação entre a espessura e o raio do arco,  $t/R = 0.101$ .

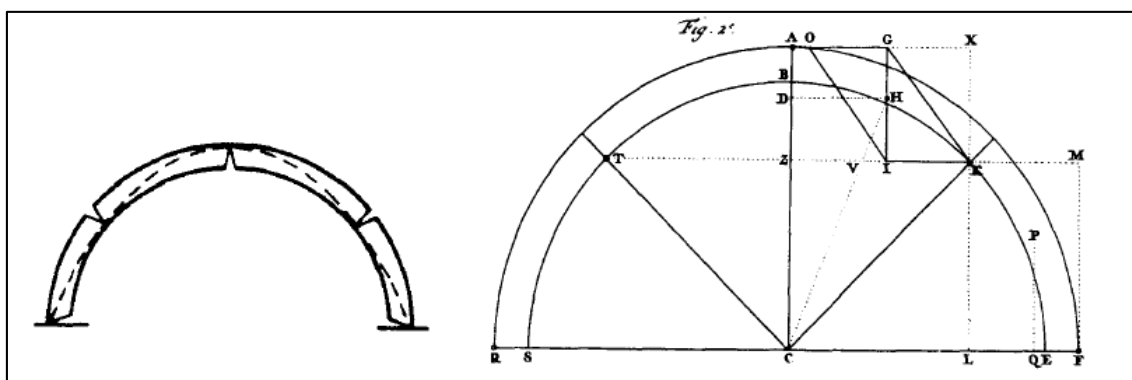


Figura 4.3 - Modelo de colapso considerado por Couplet e metodologia gráfica para análise do equilíbrio, adaptado de Gago, A.S. (2004)

**Augustin Danysy (1732)** publicou nas atas da *Société Royale de Montpellier* resultados de modelos de arcos reduzidos que confirmam os resultados de Couplet, estes resultados são ilustrados na Figura 4.4b).

**Francesco Jacquier, Tommaso La Seur e Ruggero Giuseppe Boscovich (1742)** realizaram um estudo para a reparação da basílica de S. Pedro em Roma. Nesta análise foi pela primeira vez com recurso ao princípio dos trabalhos virtuais para achar as forças estabilizantes e não estabilizantes, representando este estudo uma importante contribuição para a teoria das estruturas.

**Giovanni Poleni (1748)** apresentou um estudo sobre os danos na Cúpula da basílica de S. Pedro em Roma. Poleni dividiu a cúpula em “gomos” e tratou cada um como se se tratasse de um arco como esquematizado na Figura 4.4a). Suspendeu então um conjunto de pesos representativos do peso das aduelas constituintes de cada “gomo” e sobrepôs a geometria da cúpula à mesma escala verificando que a catenária representativa da linha de pressões estava completamente inserida no interior da cúpula.

Assim, pelo teorema do limite inferior, Poleni confirmou que cada “gomo” era estável sendo também a cúpula estável. Foi neste estudo utilizado o teorema estático que só viria a ser enunciado muito mais tarde, sendo este trabalho considerado como a primeira vez que a mecânica estrutural foi utilizada para a resolução de um problema real.

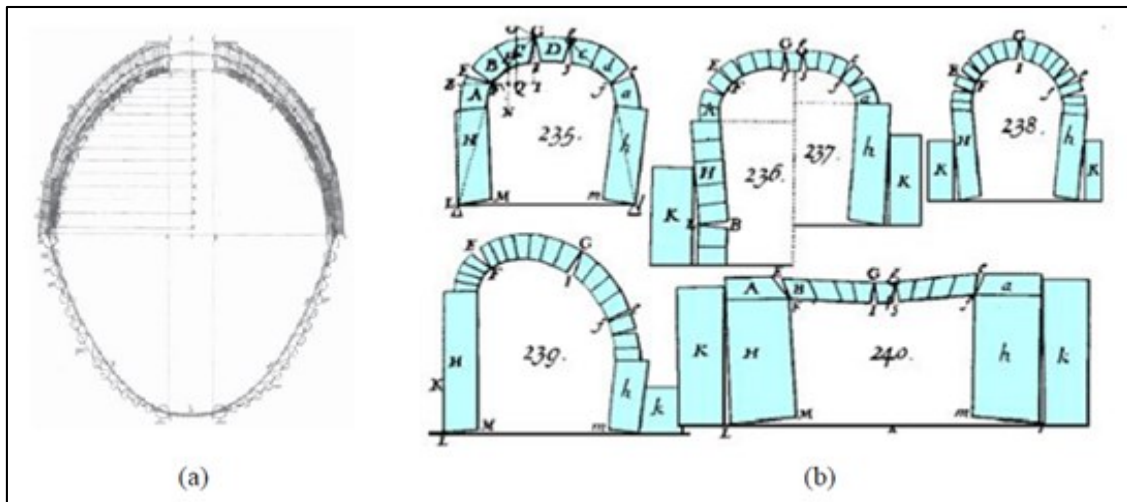


Figura 4.4 – a) Verificação da estabilidade da cúpula da basílica de São Pedro por Poleni, adaptado de Heyman, 1987 citado por Morais, M. 2012; b) Esboços do colapso dos modelos de Danysy, adaptado de Costa, P. (2007)

**Charles Augustin de Coulomb (1773)**, na sua memória de 1773 retoma o problema do arco ignorando praticamente todos os trabalhos anteriores, referindo apenas as conclusões de La Hire.

Tal como Couplet, Coulomb começou por estudar o arco considerando a não existência de atrito para posteriormente considerar que este seria suficiente para evitar o deslizamento, chegando também à conclusão de que a formação de um mecanismo de colapso só podia resultar da abertura das juntas entre aduelas. Coulomb considerou que as pressões não necessitariam de ser perpendiculares à junta mas apenas deveriam estar contidas no interior do arco.

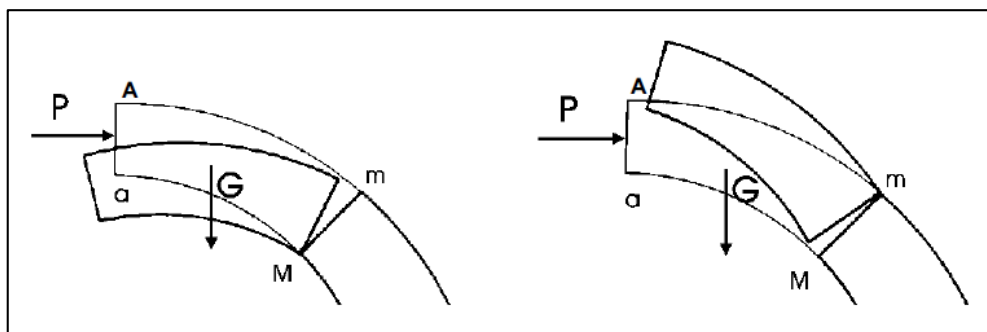


Figura 4.5 - Mecanismos considerados por Coulomb, adaptado de Gago, A.S. (2004)

Coulomb corrigiu um erro de Couplet que colocou as rótulas a  $45^\circ$  do apoio, concluindo que estas se localizam a  $31^\circ$  do apoio ficando a relação espessura-raio do arco  $t/R = 0.106$ .

Através de equilíbrio estático (Figura 4.5), verificou que se o impulso horizontal “P” for pequeno dar-se-á rotação em torno do ponto “M”, pelo contrário, se o impulso “P” for demasiado grande dar-se-á rotação em torno do ponto “m”.

**C. Navier (1826)** foi o primeiro investigador a utilizar o conceito de núcleo central. Propôs a utilização da teoria da elasticidade para o estudo dos arcos. A partir dos estudos de Coulomb propôs uma lei linear de distribuição de tensões ao longo da altura da secção.

**Jean Victor Poncelet (1835)** foi o primeiro investigador a propor a utilização de métodos gráficos ao invés de métodos analíticos, devido à diferença de esforço necessária para uma pequena diferença nos resultados. Mostrou como, a partir dos estudos de Coulomb, podia ser determinada a posição da secção onde se dá a formação das rótulas a partir de métodos gráficos.

**Henry Moseley (1843)** examinou em profundidade a linha de pressões. Afirmou que para que um arco esteja em equilíbrio, a linha de pressões tem de estar contida na espessura do arco. Moseley afirmou ainda que entre as infinitas linhas de pressão, a “verdadeira” é a que corresponde ao impulso horizontal mínimo no fecho do arco (Figura 4.6 – a) Linha de pressão correspondente ao impulso horizontal mínimo; b) Ilustração do método gráfico de Méry), não sendo esta solução a “verdadeira”, apenas uma situação limite.

**Édouard Méry (1840)** adotou os trabalhos de Moseley e Navier para construir um método gráfico, ilustrado na Figura 4.6b). Considerando que o arco deveria funcionar totalmente comprimido, ou seja, com a linha de resistência dentro do terço central do arco, e que o início da formação do mecanismo de colapso se daria quando a curva de pressões passa pela zona superior do terço central do arco no fecho e na zona interior do terço central na zona dos rins do arco. Com a definição prévia destes pontos o problema passaria a estaticamente determinado.

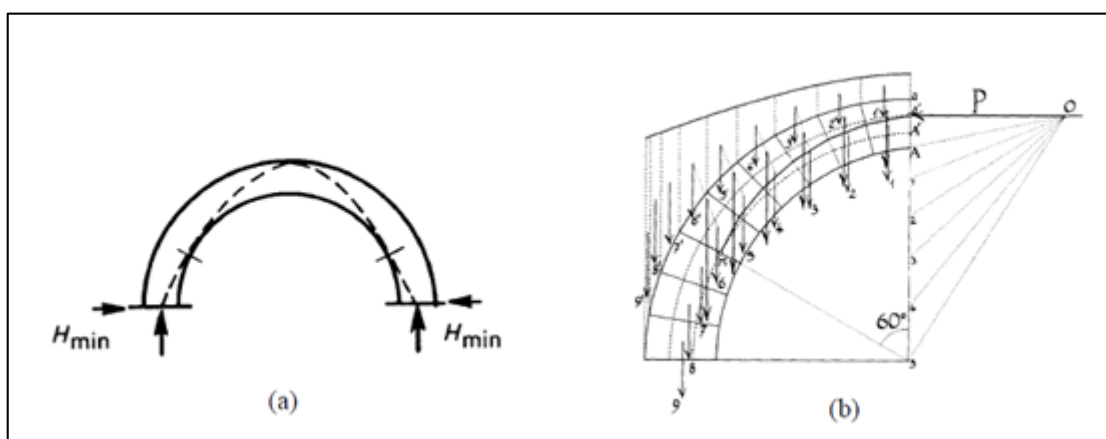


Figura 4.6 – a) Linha de pressão correspondente ao impulso horizontal mínimo; b) Ilustração do método gráfico de Méry

**W. Barlow (1846)** executou diversos ensaios sobre modelos de arcos, confirmando a existência de infinitos estados de equilíbrio para um dado arco, o que representa a indeterminação estática destes elementos.

**Gustav Breymann (1849)** englobou os estudos de Méry e o método gráfico de Poncelet num único método para verificação da estabilidade de arcos, tornando-se numa referência na segunda metade do século XIX e início do século XX.

**G. Fuller (1875)** desenvolveu uma nova técnica de construção do polígono funicular de forças que permitia calcular a espessura mínima do arco para determinada solicitação exterior.

**Carlo Castigliano (1879)** aplicou os teoremas energéticos com o seu nome ao estudo de arcos num momento em que os fenómenos de indeterminação estática já estavam completamente desenvolvidos. Nesta fase a teoria dos arcos passou a ser encarada como uma extensão da teoria elástica das vigas curvas.

**P. Sejourné (1886)** renovou, com o lançamento da sua memória “*Construction de ponts du Castelet, Lavour et Antoinette*”, as técnicas de construção de pontes em arco. As opções estruturais que lhe permitiram realizar pontes de grandes vãos foram: (1) abóbadas de anéis múltiplos com espessuras variáveis, crescente da chave ao arranque, (2) união entre o arco e o tabuleiro numa zona central, (3) substituição de uma abóbada de largura total por duas de dimensões mais reduzidas. (Costa, P. 2007)

**W. Rankine (1898)** salientou o efeito favorável do enchimento, defendendo que o vão efetivo deveria ser considerado como o vão entre as secções de colapso de modo a ter em conta este efeito favorável.

**A.J.S Pippard (1939)** procedeu a ensaios em diversos arcos, verificando que com a presença de imperfeições estes funcionam como estruturas isostáticas. Procedendo a partir deste pressuposto ao desenvolvimento de uma metodologia de análise elástica baseada nos teoremas de Castigliano.

Com os resultados provenientes de análises baseadas em métodos elásticos e em mecanismos de colapso, Pippard mostrou que a regra do terço central é bastante conservativa, propondo a regra da metade central – sendo estes métodos explicados sucintamente no capítulo 5.

Nos anos sessenta o trabalho de Pippard foi adotado pela instituição inglesa *Military Engineering Experimental Establishment* para a criação de um método de avaliação da resistência das pontes de alvenaria, denominado *MEXE/MOT*. Este é um método empírico, sendo as características consideradas para a determinação da capacidade resistente a relação vão-altura, a geometria do eixo, a qualidade do material construtivo, a dimensão e qualidade de execução das juntas entre os elementos, a qualidade do material das juntas e o estado geral de conservação da estrutura. Este método conduz a resultados muito conservadores (Cristfield e Page 1990 citado por Gago A.S, 2004).

**Jacques Heyman (1966)** dedicou-se à aplicação do método da análise limite em estruturas de alvenaria, colocando assim a análise de arcos de alvenaria no campo da teoria da plasticidade. Considerou desadequada a procura da linha de pressões reais dedicando-se à procura de um único estado de equilíbrio, enunciando um teorema para a análise plástica: “Se, numa estrutura, for possível encontrar uma distribuição de esforços internos em equilíbrio com as cargas aplicadas, que não ultrapasse um determinado valor de resistência do material, a estrutura estará segura e não colapsará.” São assim consideradas duas posições extremas, uma correspondente ao limite mínimo do impulso horizontal e uma correspondente ao limite máximo, como representado, respetivamente na Figura 4.7b) e d).

Propôs ainda um fator geométrico de segurança, por comparação do arco real com o arco limite, na figura 4.7c) pode ver-se o arco limite, no qual a linha de impulso pode apenas estar na posição extrema, intersetando o intradorso e o extradorso em cinco pontos.

O desenvolvimento de métodos computacionais popularizou a utilização do método dos elementos finitos na análise de estruturas, normalmente utilizado para estruturas de betão ou para estruturas metálicas por ser possível simular o seu comportamento como elástico linear.

**Sawko e Towler (1981 1985)** foram os primeiros investigadores a utilizar o método dos elementos finitos para a modelação de arcos em alvenaria, simulando o comportamento dos materiais como elástico linear.

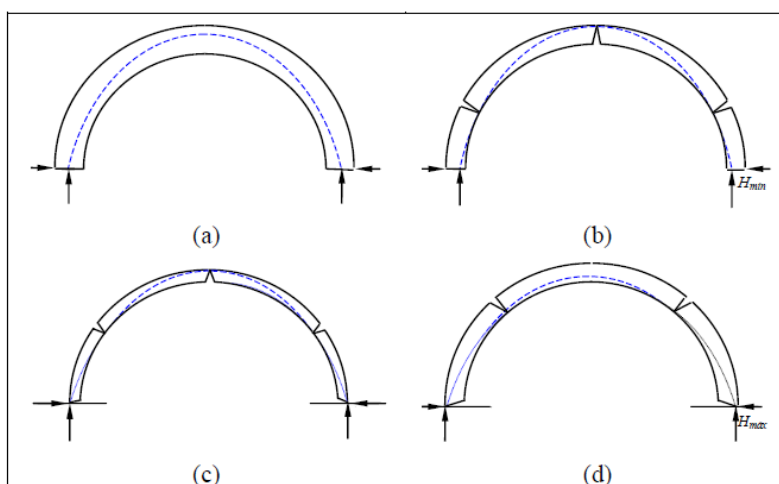


Figura 4.7 – Modelos de Heyman; b) Linha de Pressões referente ao mínimo impulso horizontal; c) Arco limita; d) Linha de pressões referente ao máximo impulso horizontal

A não linearidade associada ao comportamento da alvenaria colocam este tipo de modelo algo longe da realidade, tendo alguns autores como Cristfield procurado criar modelos mais adequados a partir da década de 80. Foram assim desenvolvidos modelos de elementos finitos não lineares no âmbito da análise de fratura e da teoria do dano que possibilitam a simulação da fendilhação que ocorre nos materiais frágeis. (Gago, A.S. 2004)

No entanto o custo computacional deste tipo de modelo continua a ser extremamente pesado do ponto de vista computacional, não compensando normalmente a modelação de estruturas completas com recurso a modelos de comportamento não lineares. Apresentam-se em seguida alguns exemplos de modelação com recurso ao método dos elementos finitos e a modelos de comportamento não lineares, todos realizados na última década.

**Cristina Costa (2003)** procedeu à modelação e análise numérica do comportamento estrutural de duas pontes em arco de alvenaria de pedra, uma antiga – a ponte da Lagoncinha (Figura 4.8) – e uma construída recentemente – a ponte de Vila Fria.

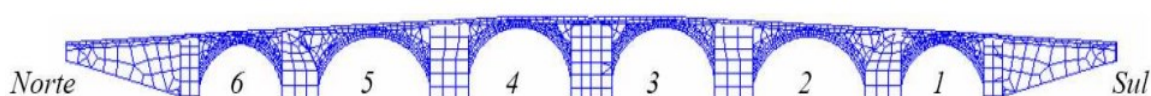


Figura 4.8 – Representação da malha de elementos finitos da Ponte da Lagoncinha, adaptado de Costa, C. 2003

O objetivo do estudo, no primeiro caso, foi verificar se os danos existentes na estrutura eram devidos a ações de tráfego rodoviário ou a assentamentos de apoio; enquanto no segundo caso foi acompanhar os trabalhos desde a fase de construção até à entrada em serviço.

O enchimento foi considerado com comportamento elástico linear. Para os arcos foi utilizada macro-modelação, por forma a considerar o comportamento das juntas entre as aduelas. As aduelas foram consideradas com comportamento elástico linear enquanto o comportamento dos elementos de junta foi modelado com recurso a um modelo de atrito não linear de Coulomb, sem dilatação, disponível no software utilizado. Os parâmetros que definem o comportamento dos materiais foram ainda calibrados com recurso a ensaios de vibração ambiental.

**J. Zeman et al. (2008)** procederam à modelação de duas partes da ponte Charles em Praga (Figura 4.9), com recurso a elementos finitos não lineares, com o objetivo de servir de base às operações de recuperação da estrutura, para dar uma ideia dos danos resultantes das ações externas e para estimar a capacidade resistente da estrutura e do solo. Foram consideradas as ações da temperatura, da pressão da água, do impacto de um barco num pilar da ponte para além do peso próprio. Para validar a performance do modelo foram analisadas duas combinações de cargas (ambos incluindo o peso próprio e a pressão da água, e respetivamente, a variação de temperatura no inverno e no verão) e comparados os resultados dos deslocamentos e aberturas de fendas com resultados experimentais.

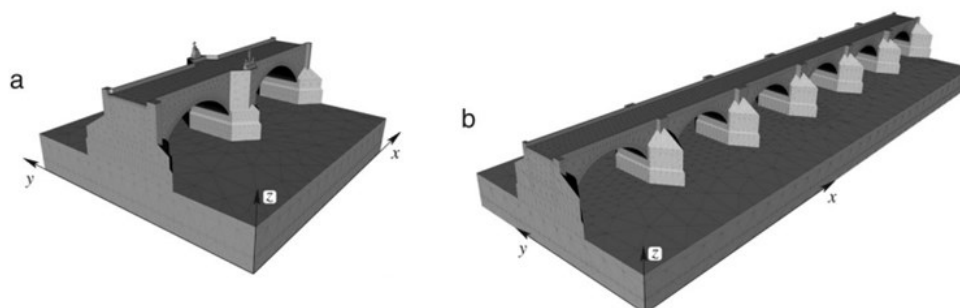


Figura 4.9 – Modelo da Charles Bridge em Praga, adaptado de J. Zeman et al. (2008)

**Domède e Sellier (2010)** desenvolveram um modelo, com base no método dos elementos finitos, de uma ponte de um vão (Figura 4.10), utilizando um modelo de danos desenvolvido na Universidade de Toulouse, que inclui os efeitos da fendilhação para tração e compressão, para traduzir o comportamento mecânico dos materiais. Tiveram como objetivo comparar os resultados com os obtidos por um dos autores (Domède, 2006) utilizando um modelo plástico com elementos de junta. A ponte foi carregada por fases, primeiro com o seu peso próprio e depois com o peso de um veículo de dois eixos a uma distância de um terço do vão do pilar, sendo este peso aumentado até ao colapso da estrutura.

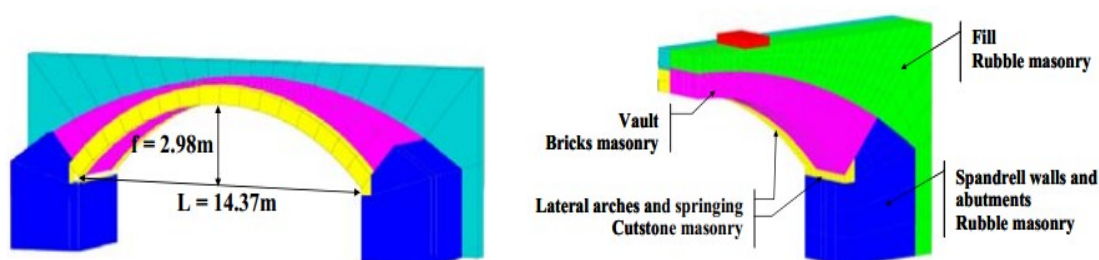


Figura 4.10 – Modelo de elementos finitos de uma ponte de um arco, adaptado de Domède e Sellier (2010)

Em paralelo com a utilização do método dos elementos finitos começou a ser utilizado o método dos elementos discretos na modelação de estruturas de alvenaria. Esta formulação permite a ocorrência de grandes deslocamentos e rotações entre os diferentes elementos e atualiza ao longo da análise os contactos entre eles.

**Thavalingam et al. (2001)** utilizaram três ferramentas numéricas para modelar e analisar o comportamento das pontes de alvenaria de pedra, uma análise de deformação descontínua, uma análise pelo método dos elementos discretos e uma análise não linear com elementos finitos, com o objetivo de estudar a interação entre o arco e o material de enchimento. Foram ainda comparados os resultados com modelos físicos estudados na faculdade de Edimburgo. Os modelos de Thavalingam podem ser observados na figura 4.12.

**Rafiee e Vinches (2013)** investigaram o efeito de diferentes tipos de cargas estáticas no comportamento de um arco e de uma ponte de alvenaria usando um método de elementos discretos (figura 4.11).

Na primeira fase do estudo foi estudado um arco clássico de alvenaria composto por 25 blocos através de dois modelos, um modelo com blocos rígidos 3D e um modelo 2D deformável.

Em seguida foi estudado o comportamento mecânico de uma ponte romana através de um modelo 3D com o objetivo de verificar o modo de rotura da estrutura quando aplicados carregamentos laterais nos 6 metros inferiores dos pilares centrais, tentando estes representar as condições de cheia, a carga é aumentada até se atingir a rotura da ponte.

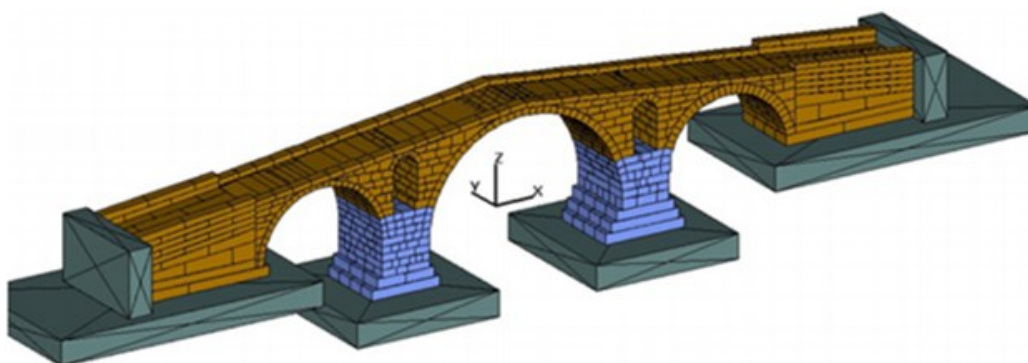


Figura 4.11 – Modelo de elementos discretos de uma ponte em arco de alvenaria, adaptado de Rafiee e Vinches (2013).

Conclui-se que o comportamento estrutural dos arcos e abóbadas motivou, desde o renascimento, diversos estudos com o intuito de definir regras de dimensionamento e de verificação da segurança. O avanço tecnológico, através de um rápido desenvolvimento dos meios computacionais permitiram analisar com maior rigor o comportamento destas construções a partir, especialmente, de modelos não lineares.

Os métodos de análise analíticos e gráficos bem como os métodos de análise numéricos são apresentados no capítulo 5.



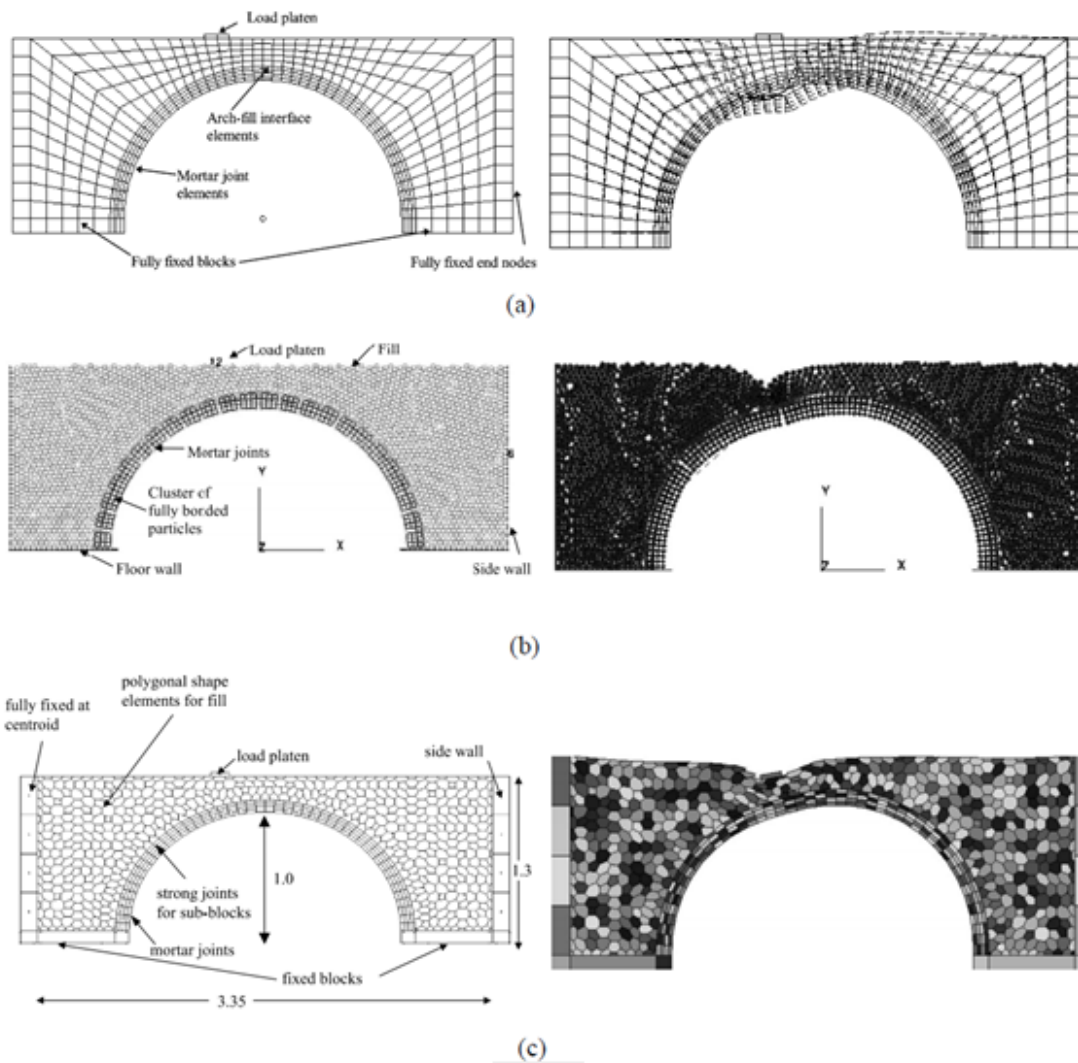


Figura 4.12- Modelo de um arco de volta perfeita em alvenaria de: (a) deformação descontínua; (b) elementos discretos circulares rígidos; (c) elementos finitos. Figura adaptada de Thavalingam et al. (2001).



## 5. Metodologias de Análise

### 5.1 Metodologias de Análise Analíticas e Gráficas

Como foi possível verificar no capítulo anterior a análise de estruturas em alvenaria e em particular as estruturas arqueadas sofreram uma evolução significativa desde a época medieval até aos dias de hoje. Os métodos gráficos e analíticos foram até ao desenvolvimento tecnológico, que permitiu a aplicação de técnicas de modelação computacional, as únicas metodologias para a verificação da segurança e para a realização do dimensionamento destas estruturas. Alguns destes procedimentos são puramente empíricos, enquanto outros se baseiam em conceitos de mecânica estrutural, e resultam normalmente em alternativas válidas para o projeto de estruturas. (Gago, A.S 2004)

Neste capítulo apresenta-se uma revisão dos principais métodos analíticos e gráficos. Estes métodos permitem compreender o funcionamento dos arcos bem como o equilíbrio de cargas nestas estruturas, sendo que os resultados dos mesmos são normalmente aproximações conservativas.

#### 5.1.1 Regra do terço central

Entre 1830 e 1840, Moseley e Méry, formularam independentemente o conceito de “linha de pressões”, definida por lugar geométrico da resultante das forças normais aplicadas nas diferentes secções transversais do arco.

A regra do terço central é aplicável através de procedimentos gráficos, considerando como princípio o funcionamento do arco totalmente comprimido, admitindo a “linha de pressões” situada no terço central da secção do arco. Esta é uma ferramenta utilizada para verificação da estabilidade de arcos, correspondendo a formação de um mecanismo de colapso à passagem da linha de pressões pelos limites do terço central.

Da hipótese de Bernoulli, as tensões normais em equilíbrio com os esforços atuantes numa secção são dados por,

$$\sigma(x) = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} * x \quad (5-1)$$

Sendo “A” a área, “I” o momento de inércia da secção,

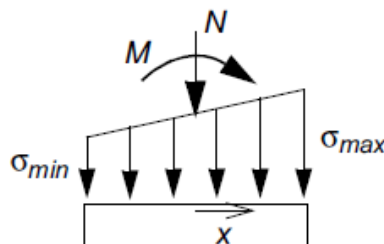


Figura 5.1 - Tensões normais e esforços atuantes na secção transversal de uma peça linear.

Para a secção indicada na figura 5.1 e considerando que apresenta altura  $t$  e largura  $b$ , esta expressão passa a ser dada por,

$$\sigma(x) = \frac{N}{bt} + \frac{12M}{bt^3} * x \quad (5-2)$$

Para que a secção se encontre totalmente comprimida deverá verificar-se,

$$N \geq \frac{6M}{t} \quad (5-3)$$

A excentricidade da resultante das tensões normais é dada por  $e = M/N$ . Substituindo na expressão anterior, fica,

$$e \leq \frac{t}{6} \quad (5-4)$$

Tem-se então que para a secção estar completamente comprimida, a resultante das forças tem de estar concentrada no terço central da secção, ou núcleo central (figura 5.2).

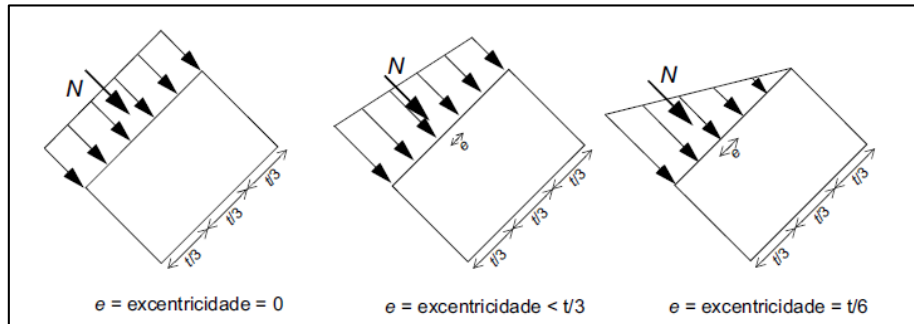


Figura 5.2- Distribuição das tensões internas numa secção em função da posição da sua resultante.

Para uma maior excentricidade da resultante das tensões normais surgem esforços de tração numa extremidade. Como a resistência à tração da alvenaria pode ser aproximada como nula, essa secção fendilha e há um aumento na tensão normal na secção oposta. Para uma resultante aplicada na extremidade da secção, as tensões de compressão nessa zona sobem para valores infinitamente grandes, resultando em esmagamento por compressão.

Para a secção não fendilhada continua a ser válida a equação (5-2), obtendo-se a relação entre os esforços  $M$  e  $N$  e a tensão de compressão máxima de compressão na secção  $\sigma_{m\acute{a}x}$ ,

$$M_{max} = \frac{t}{6} (\sigma_{m\acute{a}x} \times b \times t - N) \quad e_{m\acute{a}x} = \frac{t}{6} \left( \frac{\sigma_{m\acute{a}x} \times b \times t}{N} - 1 \right) \quad (5-5)$$

Sendo que a resistência à compressão da alvenaria não é infinita, a tensão máxima não pode ultrapassar o valor admissível,  $\sigma_c^{adm}$ . Assim, o valor do esforço normal tem de estar compreendido no intervalo,

$$\sigma_c^{adm} \cdot b \cdot t > N > \frac{1}{2}(\sigma_c^{adm} b t) \quad (5-6)$$

Pela definição de linha de pressão pode dizer-se que *uma estrutura arqueada se encontra em equilíbrio, se, quando submetida a um conjunto de ações, a linha de pressões estiver dentro da sua espessura*. Da mesma forma, uma estrutura arqueada estará sempre comprimida se a linha de pressões estiver contida no terço central da secção, ou vulgo núcleo central. A regra do terço central é uma regra de projeto utilizada na primeira metade do século XX que visa garantir que as estruturas arqueadas funcionem apenas à compressão. No entanto esta é uma regra conservativa, pois, mesmo que a linha de pressões saia do terço central em certas zonas, e desde que se mantenha dentro da espessura do arco, o equilíbrio é possível à custa da ocorrência de fissuras.

Tendo em conta que a ocorrência de fissuras nas estruturas de alvenaria é aceitável, a regra do terço central é excessivamente conservativa. Pippard propôs em alternativa uma limitação da fendilhação até um quarto da altura da secção, através da regra da metade central.

### 5.1.2 Polígono funicular de forças

Esta técnica de determinação da posição da linha de pressões baseia-se na análise do equilíbrio das forças atuantes, considerando o arco como um cabo invertido suspenso pelos apoios, submetido à ação de cargas concentradas que representam o peso das aduelas. A aproximação que se obtém corresponde à linha de pressões.

O polígono funicular traduz o equilíbrio estático das forças atuantes, não sendo possível determinar a linha de pressões correspondente à solicitação em causa, pois o arco é uma estrutura hiperstática. A determinação da curva de pressões real teria de envolver a deformabilidade da estrutura como acontece em problemas hiperstáticos. Neste caso a reação horizontal  $H$ , ou seja, a posição do polo  $O$  do polígono de forças ficará por conhecer, e consequentemente também a geometria real da linha de pressões (figura 5.3).

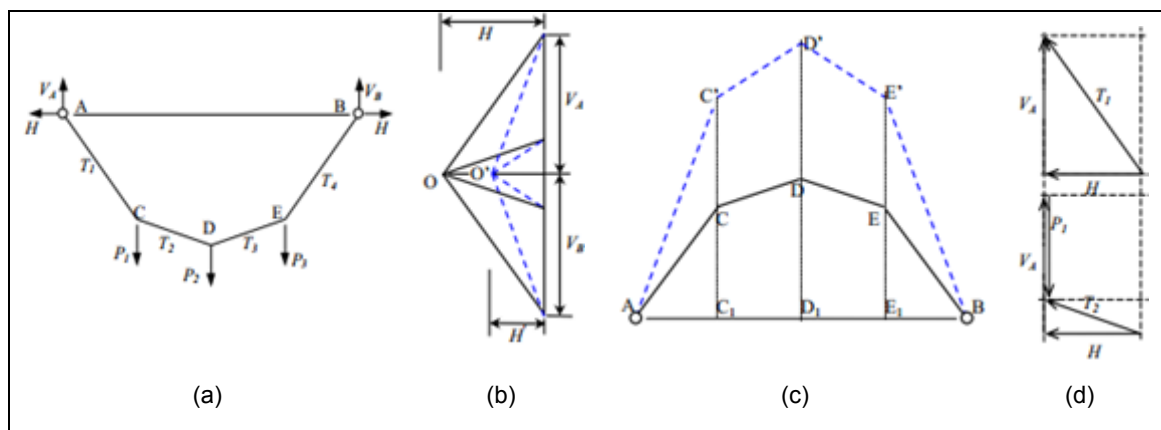


Figura 5.3 – a) Catenária invertida; b) Polígono de forças para cargas  $V_A$  e  $V_B$  conhecidas e redução de  $H$  para  $H'$ ; c) Polígono funicular para cargas  $V_A$  e  $V_B$  conhecidas e redução de  $H$  para  $H'$ ; d) construção de triângulos de forças, adaptado de Costa, P. 2007

Como a posição da linha de pressões em relação às extremidades do arco é um requisito fundamental para a verificação de segurança dos arcos, e como com recurso a este método não é possível verificar a posição certa da linha de pressões, o método do polígono funicular parece

tornar-se inútil. No entanto, como enunciado na teoria da análise limite, basta encontrar uma linha de pressões em equilíbrio com as cargas atuantes para que a estrutura esteja em equilíbrio.

A construção do polígono funicular passa por conhecer a inclinação da catenária, pelo que se recorre à construção do polígono de forças, que corresponde à sobreposição dos triângulos de forças de cada uma das cargas e reações de apoio. As linhas que convergem em O representam a inclinação dos vários troços dos cabos,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ . Na figura 5.3b) e c) apresenta-se, respetivamente o polígono de forças e o polígono funicular para cargas  $V_A$  e  $V_B$  conhecidas. Na figura 5.3d) apresenta-se a construção de dois triângulos de forças.

É possível constatar a influência do enchimento na estabilidade do arco ao analisar a geometria do polígono funicular, verificando-se que os troços extremos são tão mais verticais, o que corresponde a menores impulsos horizontais nos apoios, quanto mais próximas da extremidade são as resultantes das forças (figura 5.4a)). Assim o carregamento proporcionado pelo enchimento, que tem mais incidência nos rins do arco contribui para o equilíbrio dos pés direitos. Verifica-se ainda que o enchimento faz com que a linha de pressões migre para o extradorso do arco, afastando-se da situação limite (figura 5.4b)).

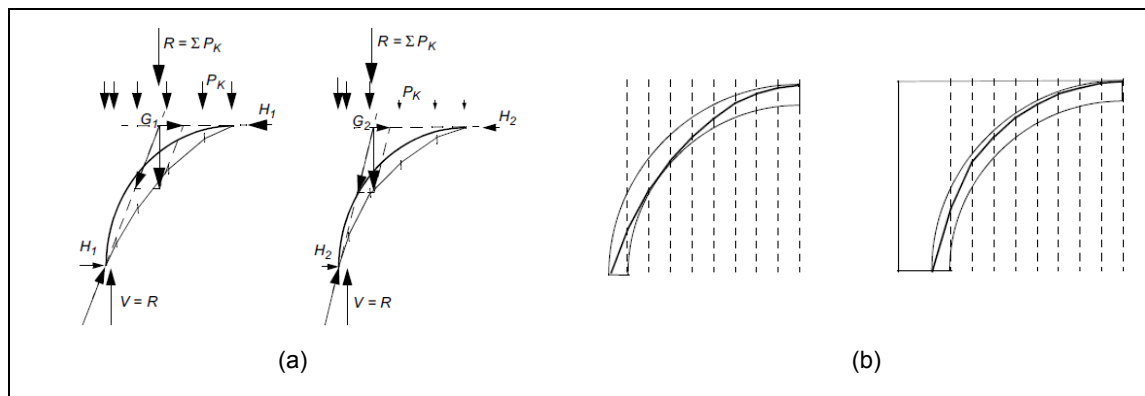


Figura 5.4 – a) Geometria dos polígonos funiculares em função da localização da resultante das cargas; Linhas de pressões do peso próprio do arco (b) e dos pesos próprios do arco e do material de enchimento (c), adaptado de Gago, A.S. 2004

### 5.1.3 Método Elástico de Pippard

Embora tratando-se de uma estrutura hiperstática, Pippard considerou que devido a pequenos movimentos nos apoios o arco forma articulações que o tornam numa estrutura estaticamente determinada. Pippard analisou o arco considerando-o uma estrutura bi-articulada contínua (figura 5.5).

A energia de deformação no arco vem dada por,

$$U = 2 \int_{x=0}^{x=L/2} \frac{M(x)^2}{EI} ds \quad (5-7)$$

Em que  $ds$  é o elemento de comprimento do arco,  $E$  o módulo de elasticidade e  $M(x)$  o momento atuante em determinada secção a uma distancia  $x$  do apoio.

O valor da reação horizontal no apoio é obtido através da minimização da energia de deformação, considerando que a secção do arco diminui do apoio para o meio vão, considerando a seguinte expressão para a variação da inércia da secção,

$$I = I_0 \frac{ds}{dx} \quad (5-8)$$

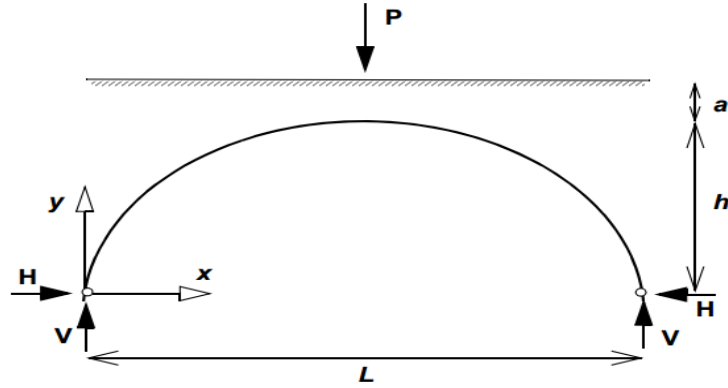


Figura 5.5 – Análise elástica de Pippard

Admitindo um arco com uma forma parabólica, com uma força  $P$  aplicada a meio vão, e com o peso próprio do enchimento e das aduelas aplicado no extradorso, ambas com peso específico igual, obtém-se a reação vertical e o momento fletor a meio vão,

$$H = \frac{1}{h} \left( \gamma L a \cdot \left( \frac{h}{21} + \frac{a+t}{4} \right) + \frac{25}{128} \cdot P \right) \quad M = L/4 \left( \frac{\gamma L h a}{42} - \frac{7}{32} P \right) \quad (5-9)$$

Onde  $t$  representa a espessura da secção no fecho do arco e  $a$  a altura do enchimento acima da aduela de fecho.

Pippard admitiu como regra de dimensionamento a regra da metade central, sendo o momento fletor  $M$  e o esforço axial  $H$  relacionados através da fórmula seguinte para a secção em que a linha de pressões passa na zona limite,

$$\frac{M}{H} = -\frac{1}{4} t \quad (5-10)$$

E tendo em conta as expressões (5-9) obtém-se a carga máxima  $P$ ,

$$P_1 = \frac{32 \gamma L a (2h^2 + 4ht + 21t(a+t))}{21(28h - 25t)} \quad (5-11)$$

Tendo em conta a expressão 5-5 obtém-se a expressão que relaciona os esforços  $M$  e  $N$  com a tensão máxima admissível de compressão,  $\sigma_c^{max}$ .

$$\sigma_c^{max} = \frac{H}{2ta} - \frac{3M}{at^2} \quad (5-12)$$

Obtendo-se por substituição na equação (5-9) o limite para a carga  $P$ ,

$$P_2 = \frac{\frac{256\sigma_c^{max}at}{L} + 128\gamma La\left(\frac{h}{28t} - \frac{1}{21} - \frac{a+t}{4h}\right)}{\frac{25}{h} + \frac{42}{t}} \quad (5-13)$$

Pippard comparou os valores que se obtêm para a carga limite a partir das expressões anteriores com resultados experimentais, e concluiu que a limitação da tensão de compressão – equação (5-13) – resulta em resultados suficientemente seguros, propondo esta como critério de dimensionamento e verificação de segurança.

Considerando uma relação vão-flecha de 4 e um limite de compressão de 1.39MPa, Pippard construiu tabelas, a partir desta expressão, que permitiam determinar cargas admissíveis para vários vãos e várias alturas de enchimento a partir do fecho.

O método desenvolvido pelo Military Engineering Experimental Establishment – *MEXE* – teve estas tabelas como base, tendo feito adaptações para a sua utilização em estruturas que não estivessem dentro dos parâmetros utilizados por Pippard (relação vão-flecha de 4 e limite de compressão de 1.39MPa). O estado de conservação da ponte e as dimensões e características das juntas são também considerados no método *MEXE* através de fatores de correção.

O método *MEXE* é um método semi-empírico que resulta de uma metodologia elástica e portanto de aplicação duvidosa em estruturas de alvenaria. A facilidade de aplicação e a verificação experimental de que conduz a resultados do lado da segurança levou-o a ser frequentemente utilizado. Constata-se no entanto que os resultados obtidos são extremamente conservativos, chegando-se a valores de cargas de colapso entre 3 e 8.5 vezes menores do que as obtidas por via de ensaios experimentais.

### 5.1.4 Teoria da Análise Limite

Para a aplicação desta teoria à alvenaria, Heyman considerou as seguintes simplificações no comportamento do material:

- Resistência ilimitada à compressão;
- Resistência nula à tração;
- Inexistência de escorregamento entre aduelas adjacentes;

A primeira hipótese, resistência ilimitada à compressão, é contra a segurança, no entanto as tensões instaladas são normalmente bastante abaixo da resistência ao esmagamento do material, e ainda que possam ocorrer concentrações de tensões que provoquem esmagamentos localizados, estes fenómenos não afetam a estabilidade global da estrutura;

A segunda hipótese verifica-se estar do lado da segurança;

O elevado coeficiente de atrito da alvenaria torna possível a última hipótese.

Quando todas estas condições estão aplicadas, garante-se que a resultante das tensões é perpendicular à secção transversal do arco. Considerando estas simplificações verifica-se que o único movimento possível entre as unidades é a rotação relativa entre elas; esta situação ocorre quando o esforço normal atua no bordo da secção transversal.

Considerando uma secção de altura  $t$ , e sendo  $v$  a velocidade de abertura da junta no seu ponto médio e  $w$  a velocidade de rotação relativa (Figura 5.6a)), o movimento de rotação é definido por,

$$v > 0 \quad |w| = \frac{2v}{t} \quad (5-14)$$

A excentricidade do esforço normal terá de ser sempre inferior a metade da altura devido à impossibilidade de desenvolvimento de esforços de tração na secção, então,

Quando existe rotação relativa a força de compressão é transmitida através do ponto de contacto dos elementos. O momento resultante é definido por,

$$M = \pm N \cdot \frac{t}{2} \quad (5-15)$$

Os esforços transmitidos através da junta estarão situados no espaço de tensões, no interior da região compreendida pelas retas definidas pela equação anterior; para os pares  $(M,N)$  situados sobre qualquer uma das retas limite, as componentes  $v$  e  $w$  do movimento são definidas pela relação cinemática (equação 5-14).

As componentes  $v$  e  $w$  definem o vetor velocidade de deformação, com intensidade indeterminada, associado ao vetor de esforços definido pelo par  $(M,N)$  e que se verifica normal exterior à fronteira do espaço limite de resistência da junta (figura 5.6b)). (Gago, 2004)

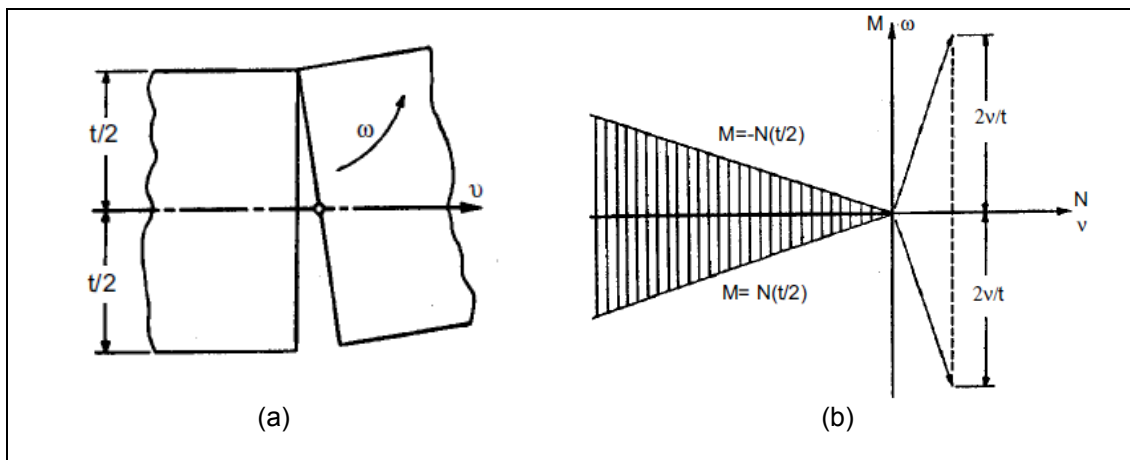


Figura 5.6 – a) Movimento de uma junta entre elementos; b) Região admissível no espaço das tensões, adaptado de Gago, A.S. 2004

Está então definido o comportamento de um elemento plástico, ao qual pode ser aplicada a teoria da análise limite.

A análise limite é composta por dois teoremas, o teorema cinemático e o teorema estático.

- Teorema estático: se para um dado carregamento for possível encontrar um campo de tensões estática e plasticamente admissível, então a estrutura será capaz de suportar esse carregamento.

- Teorema cinemático: se for possível encontrar um campo de velocidades de deformação cinemática e plasticamente admissível em que o trabalho das cargas aplicadas exceda o trabalho de dissipação, a estrutura não suportará esse carregamento.

O teorema estático garante que se for possível encontrar uma distribuição de esforços estática e plasticamente admissível, o que corresponde a uma linha de pressões em equilíbrio com as ações exteriores e contida na espessura dos elementos, então a estrutura estará em equilíbrio.

Uma das vantagens de utilizar a teoria da análise limite para a análise de arcos de alvenaria é possibilitar a determinação da espessura mínima do arco para ocorrer o equilíbrio, para diferentes localizações de uma carga concentrada.

## ***5.1 Metodologias de análise numérica***

A modelação de estruturas constituídas por alvenaria, devido às características mecânicas dos materiais constituintes, elevada resistência à compressão, reduzida resistência à tração, comportamento anisotrópico e existência de descontinuidades, é uma tarefa complexa.

Existem modelos nos quais as principais características do comportamento não-linear das alvenarias foi modelado, sendo possível acompanhar o desenvolvimento no comportamento das estruturas desde a fase inicial até à completa degradação do material. No entanto, a utilização destes modelos exige um grau de refinamento das propriedades materiais e um esforço computacional que nem sempre é possível, ou adequado.

As características do modelo, como o grau de refinamento e o tipo de modelação numérica escolhida devem depender não só da qualidade da informação referente às características mecânicas e geométricas da obra, como das capacidades computacionais e do objetivo do trabalho.

Nos próximos subcapítulos são apresentados os principais métodos de análise numérica utilizados para a simulação de estruturas de alvenaria.

### ***5.1.1 Modelos de elementos finitos***

No método dos elementos finitos a discretização das equações diferenciais que regem o problema é efetuada para um domínio finito que se designa de elemento finito. A assemblagem dos elementos, considerando as ações e as condições de fronteira, fornece um sistema de equações algébricas para o sistema estrutural. A resolução deste sistema fornece os deslocamentos nodais na estrutura, que são posteriormente utilizados para determinar o campo de tensões.

#### ***5.1.1.1 Modelos contínuos de elementos finitos***

Na simulação de painéis de alvenaria, constituídos por arranjos de blocos e argamassa, modelar explicitamente todos os elementos considerando os seus parâmetros constitutivos pode ser uma tarefa impraticável. Assim, neste tipo de modelo os elementos de alvenaria são simulados como homogêneos, contínuos, sem distinção entre os blocos e as juntas, figura 5.7. (Lourenço, 1996).



Para proceder à análise de estruturas de alvenaria considerando-a como um contínuo homogéneo com características idênticas, procedem-se a técnicas de homogeneização. O comportamento do contínuo homogeneizado é obtido a partir do comportamento dos seus componentes, geralmente em dois passos sucessivos de homogeneização, cada um deles correspondendo a uma orientação distinta das juntas. Ao ser aplicado a análises não lineares os resultados deste método não são aceitáveis, devido à maior diferença entre a rigidez dos blocos e das juntas (Gago, 2004). Devido a este facto, Lourenço (1996), apresentou uma técnica de homogeneização num só passo.

Estas técnicas de homogeneização nem sempre são possíveis de realizar devido à irregularidade presente em determinadas construções. Nas pontes, no entanto, normalmente verifica-se uma certa ordem no aparelhamento das unidades, o que possibilita a adoção desta estratégia.

Em estruturas de grandes dimensões são normalmente utilizados modelos elásticos lineares, os quais não caracterizando bem o comportamento da alvenaria, a qual apresenta comportamento não linear, permitem no entanto compreender qualitativamente o comportamento da estrutura, permitindo avaliar o nível de tensões, as zonas onde ocorre fendilhação e deformações permanentes e possíveis zonas a reforçar.

A aproximação obtida através da análise linear pode ser aceitável nos casos em que as tensões atuantes são maioritariamente de compressão, e nos quais as tensões de tração têm intensidades baixas. Noutros casos, estes não podem ser considerados como boas aproximações e deve recorrer-se a modelos que simulem o comportamento não linear da alvenaria.

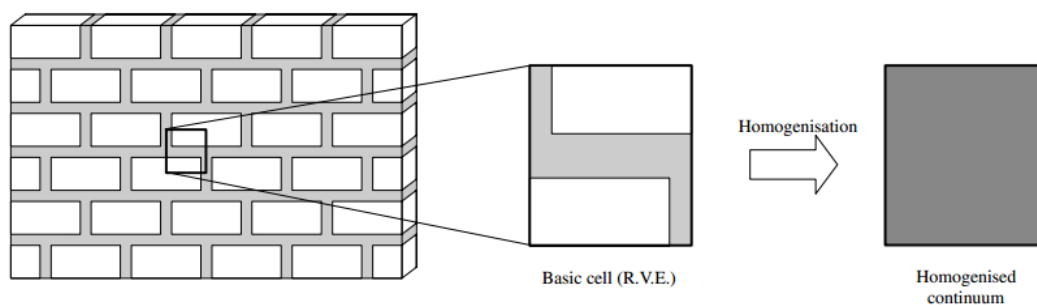


Figura 5.7 – Esquematização de homogeneização, adaptado de Lourenço, 1996

Na simulação do comportamento não linear das alvenarias em modelos contínuos foram desenvolvidos alguns modelos de análise para representar os danos quando o limite do comportamento elástico é ultrapassado, nomeadamente os modelos de elastoplasticidade, modelos de fenda e modelos de dano.

Os modelos elasto-plásticos, utilizados na caracterização do comportamento do betão à compressão – nos quais o escoamento plástico é associado a alterações da estrutura interna do material pela propagação das micro-fendas – podem também ser utilizados na caracterização da resposta da alvenaria a esforços de compressão. Estes podem ainda ser associados a outros modelos que descrevam o comportamento frágil do material quando submetido a esforços de tração, nomeadamente os modelos de fenda.

A simulação do comportamento do material quando fendilhado impõe a utilização de modelos denominados de modelos de fenda. Estes modelos dividem-se em dois conceitos: os modelos de fenda discreta e os modelos de fenda distribuída.

No modelo de fenda discreta, a fenda é modelada através da separação dos nós de elementos adjacentes, provocando assim, uma descontinuidade na malha de elementos finitos.

No modelo de fenda distribuída, o efeito da fendilhação é modelado através da modificação das propriedades dos materiais num meio contínuo. Do ponto de vista computacional estes modelos são vantajosos pois preservam a malha de elementos finitos original, admitindo a formação de fendas (Gago, 2004). Este tipo de modelo é especialmente eficaz para estruturas mais antigas em que a fendilhação se difunde pelos blocos e pelas juntas, sendo difícil incorporar neste modelo a influência das juntas na fendilhação de estruturas em que a fendilhação ocorre preferencialmente nas juntas.

Por último, os modelos de dano, os quais foram inicialmente utilizados na análise do comportamento do betão para descrever a progressiva degradação das propriedades mecânicas do material, verificada numa fase anterior ao desenvolvimento de fendas macroscópicas. Nestes modelos há um tratamento do comportamento em tração e compressão, sendo evitada a utilização de equações constitutivas de natureza distinta que dificulta a implementação no modelo tal como a sua convergência. São de salientar os estudos em alvenaria por Oñate et al. (1997); Creazza et al., (2002), A. Zucchini e P.B. Lourenço (2004) e Pelà et al. (2013).

#### 5.1.1.2 Modelos Descontínuos de Elementos Finitos

Nas alvenarias, as juntas entre os blocos constituem, em virtude da sua fraca resistência a esforços de tração, a maior fonte de não linearidade no seu comportamento. Considerando este facto, uma simulação rigorosa da alvenaria passará naturalmente pela modelação do comportamento mecânico das suas juntas.

Para se proceder a uma modelação que englobe o comportamento das juntas entre as unidades podem ser utilizadas duas estratégias de modelação, consoante o rigor pretendido. Com maior rigor, tanto os blocos como a argamassa entre eles são modelados com elementos finitos contínuos, enquanto a junta entre estes é simulada por elementos de interface com espessura nula, como indicado na figura 5.8a).

Neste tipo de modelo tanto os blocos como a argamassa são modelados tendo em conta os seus parâmetros mecânicos, sendo possível simular a deformação lateral da junta, importante na resposta ao esmagamento por compressão. Verifica-se que quando sujeita a esforços de compressão, a junta tende a expandir lateralmente, sendo este movimento restringido pelos blocos e formando-se um campo de tensões de compressão na junta e de tração nos blocos.

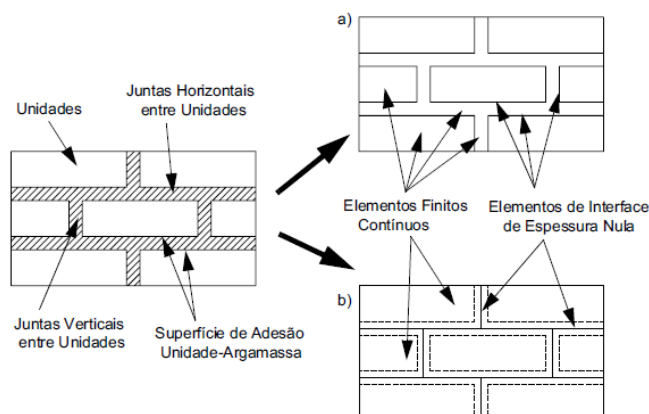


Figura 5.8 – Tipos de modelos descontínuos de alvenaria, adaptado de Gago, A.S. 2004

A segunda forma de modelação, mais simplificada, e que requer então um esforço computacional mais reduzido, e indicada para modelos de dimensão maior, é realizada modelando os blocos com elementos finitos contínuos, enquanto a junta é modelada através de elementos de interface de espessura nula, como indicado na figura 5.8b). Este tipo de modelação apresenta a desvantagem de não simular a deformação lateral da argamassa, no entanto, a relevância desta deformação verifica-se apenas para os casos em que as tensões de compressão são muito elevadas, não sendo um caso comum.

Nos modelos descontínuos de elementos finitos os elementos de interface são os elementos fundamentais, ao representarem a superfície onde é mais provável a ocorrência de fratura, por escorregamento ou abertura/fecho da junta. Apesar de já utilizados noutras áreas, foi Page (1978) a utilizar pela primeira vez elementos de interface em estruturas de alvenaria.

Foram entretanto desenvolvidos vários modelos de comportamento das interfaces em painéis de alvenaria, como o modelo apresentado por Lourenço (Lourenço, 1996), que inclui um critério de plastificação por tração, compressão e corte, como se pode observar na figura 5.9a).

No caso de alvenarias presentes em construções antigas em que a diferença de resistência entre a junta e o bloco é elevada, o bloco é normalmente modelado com comportamento elástico linear, pois a rotura dá-se normalmente pela junta. Para alvenarias de construções mais recentes em que as resistências sejam mais próximas pode ter de se utilizar elementos contínuos com comportamento não linear para simular o bloco, ou de forma simplificada, introduzir no meio do bloco um elemento de interface com comportamento não linear, como esquematizado na figura 5.9b).

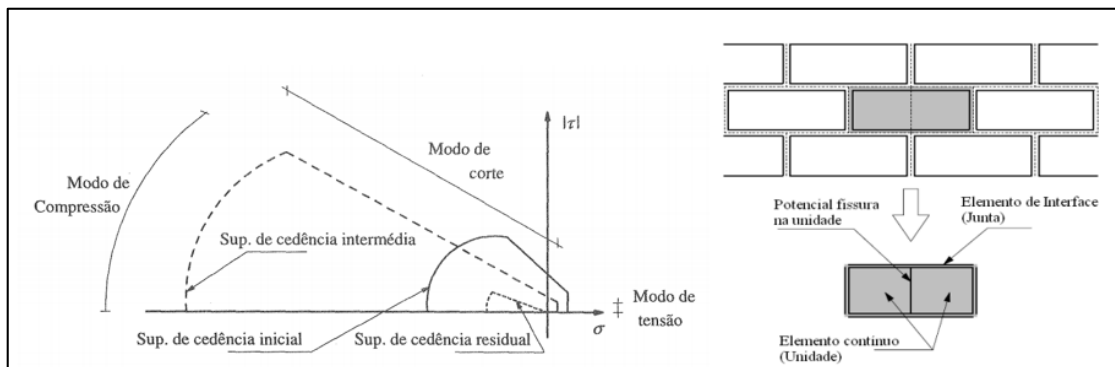


Figura 5.9 – a) Comportamento do modelo de junta; b) Elemento de interface para simulação de construções recentes, Adaptados de Lourenço, P. 1996

### 5.1.2 Modelos de elementos discretos

O método dos elementos discretos foi desenvolvido inicialmente por Peter Cundall, no âmbito da mecânica de rochas, e é caracterizado por permitir deslocamentos e rotações finitas de corpos discretos e por permitir a ocorrência de novos contactos e a remoção de contactos obsoletos, tendo sido desenvolvido para a análise de estruturas descontínuas.

O método dos elementos discretos é particularmente indicado para simular estruturas nas quais ao movimento relativo entre os diversos elementos corresponde uma grande parcela da deformação.

Os elementos podem ser modelados como rígidos ou deformáveis. Ao considerar elementos rígidos toda a deformabilidade é concentrada nas interfaces, consistindo em deslizamentos e rotações relativas entre os elementos, sendo particularmente interessante quando a deformação dos blocos é reduzida comparada com a deformação das juntas. No caso de ser necessário verificar as tensões nos blocos ou no caso em que as deformações nos blocos sejam presumivelmente influentes no comportamento global, devem ser utilizados elementos deformáveis.

As juntas entre os blocos são definidas através de pontos de contacto localizados nos vértices dos blocos, sendo os pontos de contacto criados em cada interação entre os vértices de um bloco e os vértices ou arestas de outro. No caso dos blocos deformáveis, discretizados em elementos triangulares, os nós dos elementos são vistos como novos vértices, sendo o número de contactos tanto maior quanto mais apertada a malha de elementos. Os elementos de junta são considerados deformáveis através de uma lei constitutiva.

Existem variações no que se chamam modelos de elementos discretos, estes dividem-se em quatro classes:

- Métodos dos elementos distintos

As equações do movimento dos corpos discretos são resolvidas utilizando um algoritmo explícito de integração no tempo, admitindo elementos discretos rígidos ou deformáveis e contactos deformáveis, sendo possível interpenetração nos contactos. Na figura 4.12b) mostra-se uma aplicação deste método por A. Thavalingam et al. (2001).

- Métodos modais

No caso de os elementos serem rígidos, este método é similar ao método dos elementos distintos, e no caso de serem deformáveis corresponde a uma sobreposição modal. O movimento e a deformação do elemento discreto são representados pela sobreposição dos modos fundamentais do elemento. A deformação é igual à soma dos modos normais permitindo o desacoplamento das equações modais. A solução das equações desacopladas é obtida através do método explícito das diferenças centrais, sendo a configuração final obtida por sobreposição modal. O método é adequado para sistemas descontínuos, muito soltos, e para simulações dinâmicas de sistemas densos.

- Métodos de deformação descontínua

Admitem contactos rígidos e corpos deformáveis ou rígidos. A condição de não sobreposição é conseguida através de um esquema iterativo e a deformabilidade é considerada pela sobreposição dos modos de deformação. Na figura 4.12a) mostra-se uma aplicação deste método por A. Thavalingam et al. (2001).

- Métodos baseados na conservação da quantidade de movimento

Admitem contactos e corpos rígidos e estudam o movimento através do balanço de quantidade do movimento entre os corpos durante uma colisão instantânea.

## 6. Caso de estudo

---

No contexto da preservação do património arquitetónico a análise ao comportamento de edifícios constituídos por alvenaria tem vindo a assumir importância crescente. Devido às alterações das ações impostas sobre estas estruturas, e para as quais não foram dimensionadas, bem como devido à degradação contínua dos materiais, torna-se relevante compreender a forma como funcionam de modo a verificar as zonas mais propícias à ocorrência de danos estruturais e a estabelecer planos de manutenção, reabilitação e reforço.

A evolução dos meios computacionais veio permitir a utilização de meios de cálculo sofisticados, baseados no método dos elementos finitos ou no método dos elementos discretos, que possibilitam modelações estruturais capazes de traduzir aproximadamente o comportamento destas estruturas. As principais dificuldades acabam por derivar da caracterização mecânica dos materiais, devido essencialmente à sua heterogeneidade.

A realização de ensaios laboratoriais e *in situ* sobre amostras da estrutura são fundamentais para obter uma análise de sucesso. Para além disso, a caracterização dinâmica da estrutura através de ensaios de vibração ambiental ou ensaios de carga permite a posterior calibração das características materiais.

### 6.1 Objetivo

Considerando os primeiros parágrafos deste capítulo foi escolhida uma ponte em arco de alvenaria de pedra, a qual será modelada com recurso ao método dos elementos finitos e analisados os resultados.

A ponte escolhida apresenta determinados danos em ambos os arcos. Neste sentido, e como já foi referido, pretende-se apresentar a modelação desta estrutura, sendo dado particular ênfase aos arcos, com o objetivo de verificar os efeitos do tráfego rodoviário e de um assentamento de apoio na fendilhação verificada nos arcos.

### 6.2 Caracterização da obra de arte

#### 6.2.1 Localização e caracterização da tipologia da ponte

A ponte escolhida para ser objeto de estudo neste trabalho situa-se na estrada nacional 306, ao quilómetro 24+667, no concelho de Ponte de Lima, distrito de Viana do Castelo. A ponte serve de atravessamento ao rio Trouveia. Na figura 6.1 apresenta-se a planta de implantação da obra de arte.

Os elementos de alvenaria que constituem a estrutura são todos eles constituídos por alvenaria de granito com juntas argamassadas. A estrutura apresenta um tabuleiro horizontal sobre dois arcos desiguais um arco abatido (arco Norte) e um arco de volta inteira (arco Sul). Os muros de tímpano são constituídos por alvenaria de pedra com aparelhamento irregular.

A ponte tem cerca de 23 metros de comprimento e 6 metros de largura, com a cota do tabuleiro a situar-se a cerca de 3 metros acima da cota do terreno.

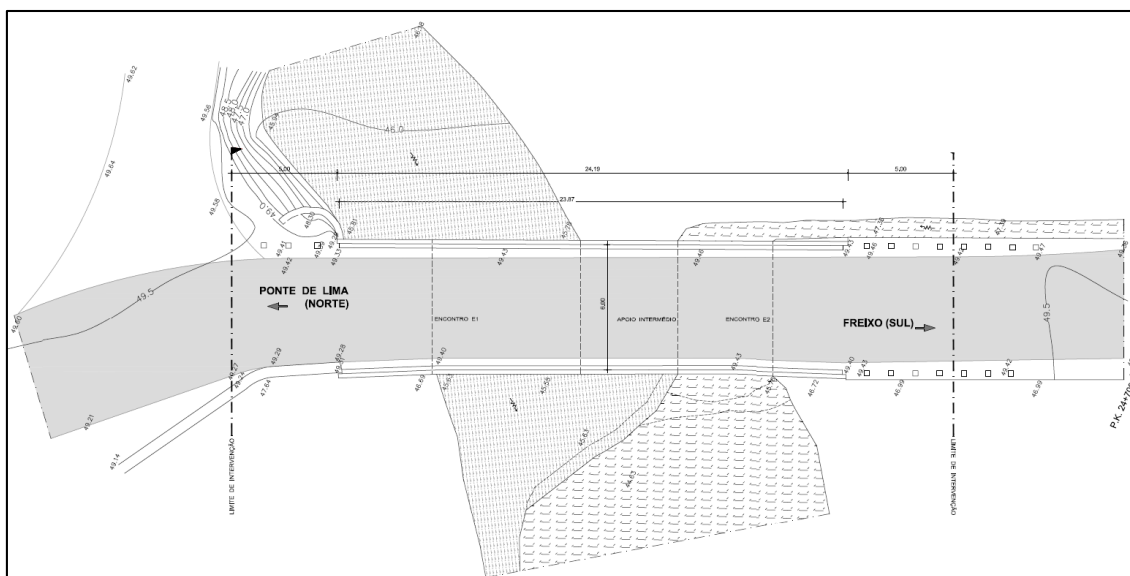


Figura 6.1 – Planta de implantação da obra de arte em estudo

### 6.2.2 Caracterização geométrica e material da ponte

O modelo numérico utilizado para a análise da estrutura tem como objetivo traduzir as condições verificadas no local, utilizando os melhores dados possíveis para caracterizar a ponte do ponto de vista geométrico e mecânico.

Uma das tarefas principais com vista à modelação numérica da estrutura passa por caracterizar geométrica e mecanicamente a mesma. Neste sentido, as características geométricas foram recolhidas a partir de relatórios de observação e levantamento geométrico realizados pelas Estradas de Portugal (EP), e fornecidos para a realização do trabalho.

Para se proceder a uma avaliação correta do comportamento de uma estrutura existente torna-se necessária a realização de uma campanha de ensaios laboratoriais com o objetivo de determinar as características físicas e mecânicas dos materiais constituintes.

#### *6.2.2.1 Caracterização geométrica*

A ponte é constituída por dois vãos e consequentemente por dois arcos em alvenaria de pedra, com espessura de 0.60 m, com juntas argamassadas e com hasteais no mesmo material. Os arcos são distintos, apresentando cordas de 7.0 e 4.5 metros e flechas de 1.90 e 2.0 metros, respetivamente.

Os muros de tímpano são constituídos por pedra granítica com aparelhamento irregular e com espessura de cerca de 0.35 m.

Os encontros são do tipo cofre, e são constituídos, tal como o apoio intermédio, por muros em alvenaria de pedra de granito.

O tabuleiro tem uma extensão longitudinal de aproximadamente 23 m, correspondente à extensão total do guarda corpos. A largura da plataforma de circulação é de 5.5 m incluindo passeios com 0.55 m e duas vias de circulação com uma largura de 2.20 m cada.

As figuras 6.2, 6.3 e 6.4 complementam esta breve descrição.

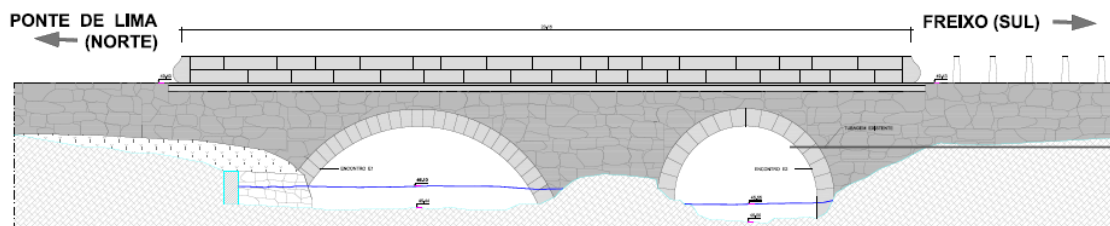


Figura 6.2 – Alçado de Montante

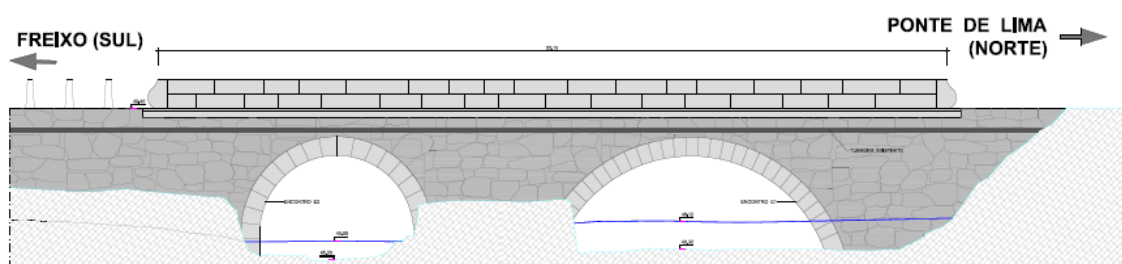


Figura 6.3 – Alçado de Jusante

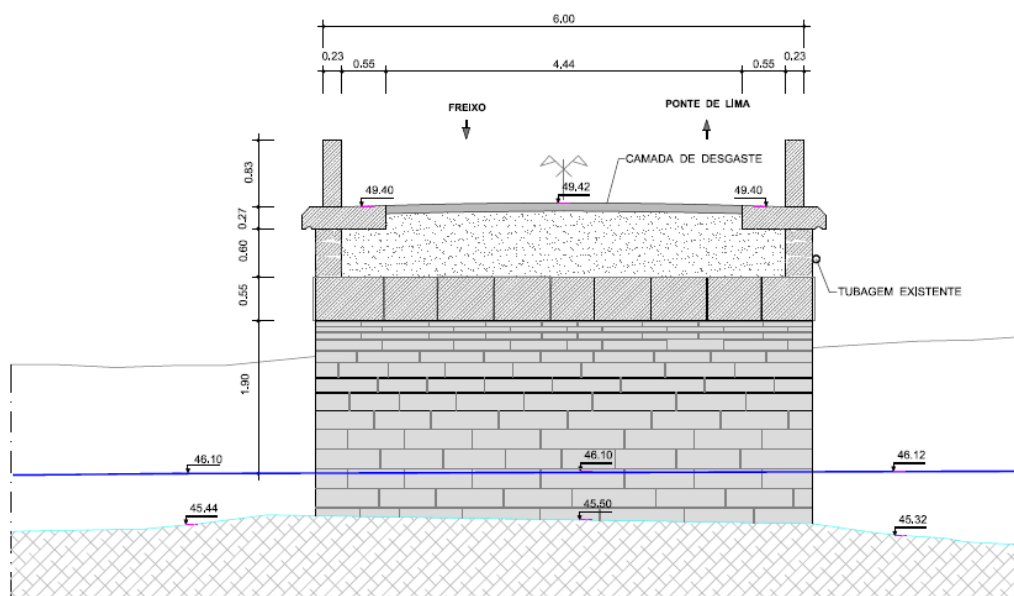


Figura 6.4 – Corte transversal da Obra de Arte

### 6.2.2.2 Caracterização material

A realização de ensaios aos materiais constituintes da estrutura sai fora do âmbito do presente trabalho, tendo sido adotados para as suas características mecânicas valores da bibliografia, com exceção das características do enchimento, obtidas a partir dos valores obtidos no relatório geológico fornecido pelas EP.

Os valores da compressão e tensão máxima nos elementos de alvenaria, o módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e a massa volúmica foram adotados do trabalho de Costa, C. (2002).

Os valores utilizados para caracterizar as juntas,  $t_{nt}$ ,  $k_n$ ,  $k_s$  e  $\phi$  respetivamente, a resistência da junta à tração, a rigidez normal, a rigidez tangencial e o ângulo de atrito foram também considerados adotando os valores de Costa, C. (2002).

As características mecânicas da camada de desgaste foram obtidas através Gartner, W. (1989)

Os valores necessários para caracterizar o enchimento foram obtidos a partir de um relatório geotécnico fornecido pelas EP, neste pode verificar-se que o enchimento é constituído predominantemente por saibros graníticos com mescla de terra vegetal e pontualmente fragmentos líticos de pequena dimensão. Os resultados dos ensaios SPT apontam para um  $N_{SPT}$  médio de 15 pancadas. As relações entre o valor do  $N_{SPT}$ , o ângulo de atrito e módulo de elasticidade são dadas na Tabela 6.1 e na equação (6-1), respetivamente. A relação entre o ângulo de atrito e o  $N_{SPT}$  indicada na Tabela 6.1 é referente a solos arenosos, como os solos graníticos apresentam sempre alguma cimentação é necessário ainda considerar um valor para a coesão do material, o valor deste parâmetro varia entre 5 e 20kPa, sendo os valores mais altos associados aos valores mais baixos do ângulo de atrito e vice-versa, tendo sido adaptado um valor de 15kPa para a coesão. (Martins, J.B.; Miranda, T. 2003).

$N_{SPT}$	5	10	15	20	25	30	40	50
Atrit $\phi$ °	28°	32°	35°	37°	38,5°	40°	41,5°	43°

Tabela 6.1 – Relação entre o valor do  $N_{SPT}$  e o ângulo de atrito, adaptado de (Júlio B. Martins, Tiago F.S. Miranda 2003).

$$E = 3.6N_{SPT} [MPa] \quad (6-1)$$

Neste subcapítulo foi descrita a localização, a caracterização geométrica e a caracterização material da estrutura alvo de estudo neste trabalho. É de salientar o facto de que as características materiais utilizadas não reproduzem as características da obra de arte em estudo. A escolha do trabalho de Costa, C. (2002) para servir de base à escolha dos parâmetros materiais da estrutura foi feita por ser uma obra situada na mesma zona do país (Concelho de Vila Nova de Famalicão, Distrito de Braga) para além de ser constituída pelo mesmo tipo de material nos blocos. Sendo expectável que as propriedades sejam semelhantes.

Quanto às características do enchimento, estas são consideradas uniformes, o que provavelmente não corresponde ao comportamento real deste elemento.



	<i>Enchimento</i>	<i>Blocos dos Arcos</i>	<i>Camada de desgaste</i>	<i>Tímpanos</i>	<i>Juntas Arcos</i>	<i>Juntas Arcos-Enchimento</i>
<b><i>E [GPa]</i></b>	0.054	30	2.1	20.2	-	-
<b><i>ν</i></b>	0.3	0.2	0.2	0.2	-	-
<b><i>γ [KN/m³]</i></b>	18.5	25	20	25	-	-
<b><i>f<sub>t</sub> [MPa]</i></b>	-	4	-	0	-	-
<b><i>f<sub>c</sub> [MPa]</i></b>	-	10	-	10	-	-
<b><i>t<sub>nt</sub></i></b>	-	-	-	-	0	-
<b><i>k<sub>s</sub> [MPa/mm]</i></b>	-	-	-	-	0.585	-
<b><i>k<sub>n</sub> [MPa/mm]</i></b>	-	-	-	-	5.35	25.75
<b><i>φ [°]</i></b>	35	-	-	-	35	31
<b><i>c [KPa]</i></b>	15	-	-	-	-	-

Tabela 6.2 - Resumo dos parâmetros materiais utilizados no modelo

### 6.3 Caracterização do modelo numérico

Na fase inicial da investigação tentou-se efetuar o levantamento das características geométricas e materiais da estrutura a partir dos documentos fornecidos e a partir da bibliografia especializada. A fase seguinte consistiu em definir uma estratégia de análise adequada ao problema em questão.

Considerando o funcionamento estrutural deste tipo de estrutura e tendo em conta que não só os efeitos longitudinais como também os transversais têm grande importância na resposta da estrutura, foi decidido realizar um modelo a três dimensões com recurso ao método dos elementos finitos. Todas as fases de modelação foram realizadas com recurso ao *software* ABAQUS/CAE, versão 6.10.

ABAQUS é um pacote de software comercial para análise por elementos finitos desenvolvido pela HKS Inc. de Rhode Island, E.U.A. e agora comercializado sob a SIMULIA marca da Dassault Systemes S.A.

Com o propósito de diferenciar o comportamento dos diferentes elementos da estrutura, foram consideradas 4 zonas com características diferentes: arcos, tímpanos, enchimento e pavimento. De notar que os restantes elementos (passeios, guarda-corpos) não foram modelados, sendo aplicada no modelo a carga correspondente ao peso próprio dos mesmos.

#### 6.3.1 Geometria

Para a construção do modelo, geometricamente, cada elemento foi gerado independentemente e posteriormente foram juntas todas as partes de forma a formar o modelo global que se pode ver na figura 6.7, procedendo-se nesta fase também à definição das juntas entre os diversos elementos. O *software* utilizado tem implementada uma plataforma de desenho bastante simples, tendo sido toda a parte geométrica realizada a partir desta plataforma.

Nos parágrafos seguintes descreve-se o modo como foi construído o modelo, apresentando-se separadamente os diferentes elementos e suas características geométricas.

### 6.3.1.1 Arcos

Tendo em conta a importância da resposta dos arcos na resposta global da estrutura, os blocos de pedra foram discretizados independentemente, incluindo-se as propriedades mecânicas da argamassa nas juntas entre os blocos. Para formular esta geometria começou por ser desenhado o contorno dos arcos, sendo posteriormente dividido no número de elementos existentes. Utilizou-se então o comando *extrude* para dar a profundidade a cada uma das fiadas de blocos. Para formar, por fim, a geometria dos arcos indicada na Figura 6.5, foi utilizada a plataforma *assembly* existente no *software*. Para a construção dos arcos foram utilizados 23 e 21 blocos de alvenaria para o arco Norte e para o arco Sul, respectivamente.

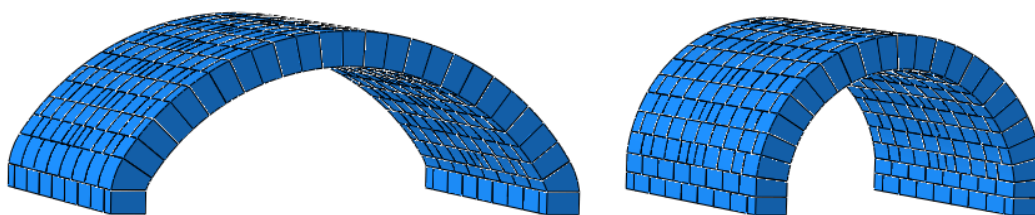


Figura 6.5 Estereotomia utilizada para os blocos dos arcos

### 6.3.1.2 Tímpanos/Enchimento

A forma dos tímpanos e do enchimento é idêntica, sendo a zona da base construída com base no contorno dos arcos e na cota do terreno. Para dar profundidade aos elementos utilizou-se o comando *extrude*, sendo a profundidade dos tímpanos de 0.35m e a profundidade do enchimento de 5.3m, perfazendo o total de 6.0m. apresenta-se na figura 6.6 cada um dos elementos.

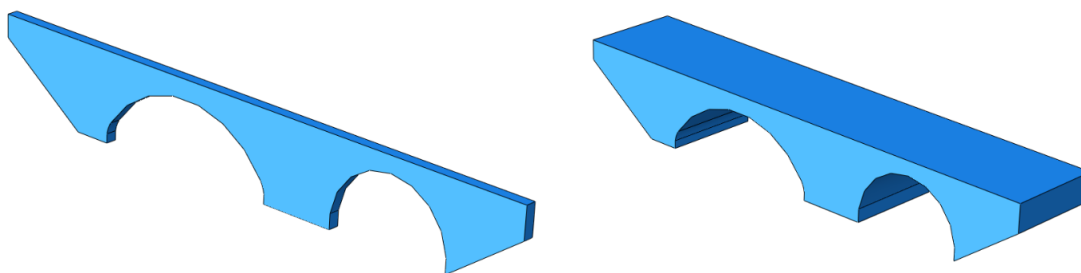


Figura 6.6 – Ilustração da geometria dos tímpanos (a) e do enchimento (b).

Para além destes foi ainda construindo o elemento correspondente ao pavimento com espessura de 0.20m. Na figura 6.7 apresenta-se o modelo global, tendo sido utilizada a plataforma *assembly* para juntar todos os elementos constituintes da estrutura.

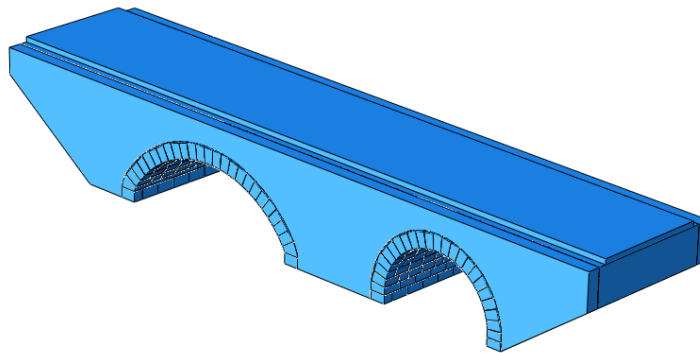


Figura 6.7 – Ilustração do modelo global

### 6.3.2 Modelos de comportamento

A realização de ensaios aos materiais constituintes da estrutura sai fora do âmbito do presente trabalho, tendo sido adotados para as suas características mecânicas valores da bibliografia, com exceção das características do enchimento, obtidas a partir dos valores obtidos no relatório geológico efetuado pelas EP.

Neste capítulo são descritos os modelos implementados no modelo para descrever o comportamento dos materiais.

#### *6.3.2.1 Alvenaria*

Os modelos utilizados para a modelação de alvenaria baseados no método dos elementos finitos agrupam-se em dois tipos: micro-modelação e macro-modelação. Na macro-modelação, o material é definido como um contínuo, englobando o comportamento das duas componentes da alvenaria. Este tipo de modelo é indicado para malhas de elementos finitos mais grosseiras, sendo particularmente indicado para análises globais das estruturas, no entanto, os efeitos locais não podem ser considerados. Existem dentro destes modelos várias formas de abordar o problema, recorrendo a modelos de plasticidade, de dano ou de fenda.

Na micro-modelação os blocos e as juntas são modelados separadamente permitindo modelar a alvenaria a partir do conhecimento das características individuais dos seus componentes. Este procedimento permite análises detalhadas com particular interesse para zonas em que o estado de tensão é fortemente heterogéneo.

Neste trabalho foram utilizadas as duas formas de modelação, no arco os blocos de pedra foram discretizados individualmente, com elementos de junta de espessura nula entre eles (micro-modelação). Os tímpanos por seu lado foram discretizados como um contínuo (macro-modelação), tal como o enchimento.

Nos arcos, o comportamento dos elementos que simulam os blocos de pedra é controlado em termos das características elásticas: módulo de elasticidade ( $E$ ), coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) e peso específico ( $\rho$ ).

Considerando o esforço computacional requerido pelo modelo, especificamente pelas relações não lineares nas juntas e considerando que o objetivo principal do estudo passa por analisar o comportamento dos arcos foi decidido utilizar um modelo elástico linear para simular o comportamento dos muros de tímpano. Para a modelação destes elementos utilizou-se macro-

modelação, homogeneizando as características da argamassa e dos blocos. Estes elementos são então controlados pelas suas características elásticas: módulo de elasticidade ( $E$ ), coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) e peso específico ( $\rho$ ).

### 6.3.2.2 Enchimento

Para a modelação do enchimento recorreu-se ao critério de Mohr-Coulomb. Este é um critério linear, que expressa a resistência ao corte ao longo de um plano no estado triaxial de tensão, obtendo-se as relações entre as tensões normais e tangenciais de tensão através da seguinte expressão:

$$\tau = c - \sigma \cdot \tan(\phi) \quad (6-2)$$

Onde  $c$  representa a coesão do material,  $\tau$  a tensão tangencial,  $\sigma$  a tensão normal e  $\phi$  o ângulo de atrito.

As tensões tangenciais e normais no critério de Mohr Coulomb encontram-se representadas na figura seguinte.

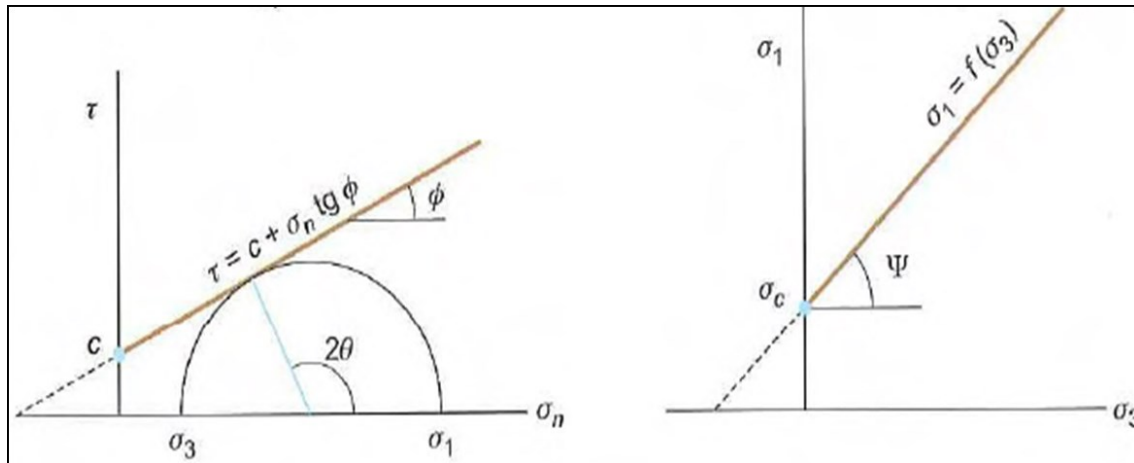


Figura 6.8- Representação das tensões tangenciais e normais no critério de Mohr Coulomb e das tensões principais (Vallejo, 2002)

### 6.3.2.3 Juntas

Para a modelação das juntas entre os blocos do arco recorreu-se ao modelo não linear de atrito de Mohr-Coulomb sem dilatância descrito em (Pegon, 1996 citado por Costa, C. 2003). Este é um modelo controlado pelas tensões normais ( $t_n$ ) e tangenciais ( $t_s$ ) de contacto e pelos deslocamentos da junta em termos de abertura/fecho e escorregamento.

Para implementar este modelo aplicou-se o modelo *cohesive behaviour* presente no *software* para modelar a resposta antes da cedência da ligação. Este modelo é caracterizado por quatro constantes,  $t_{nt}$ ,  $k_n$ ,  $k_s$  e  $\phi$  – que representam, respetivamente, a resistência da junta à tração, a rigidez normal, a rigidez tangencial e o ângulo de atrito – e pelas leis de comportamento indicadas na Figura 6.9.

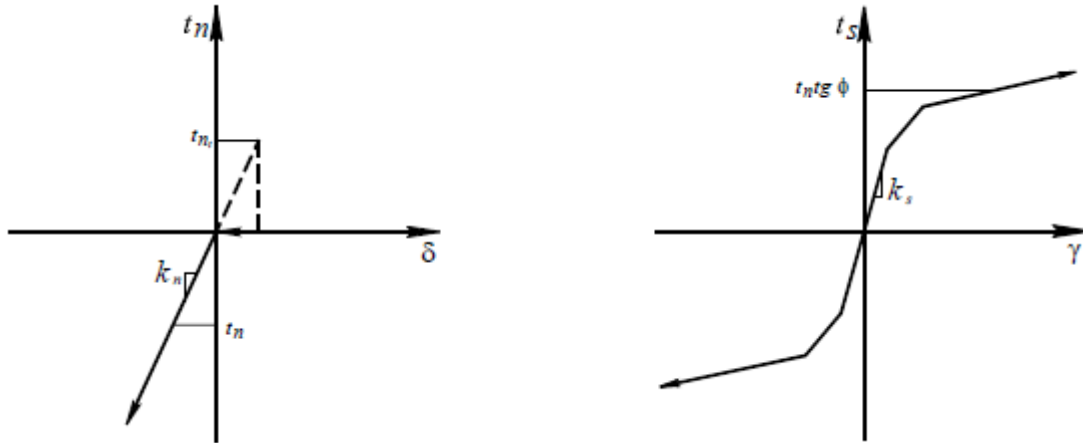


Figura 6.9 – Parâmetros do comportamento das juntas a) Relação entre a tensão e o deslocamento relativo normais; b) relação entre a tensão e o deslocamento relativo tangenciais

A superfície de cedência é indicada na figura 6.10 e dada pela equação seguinte,

$$|t_s| < t_{nt} - t_n \cdot \tan(\phi) \quad (6-3)$$

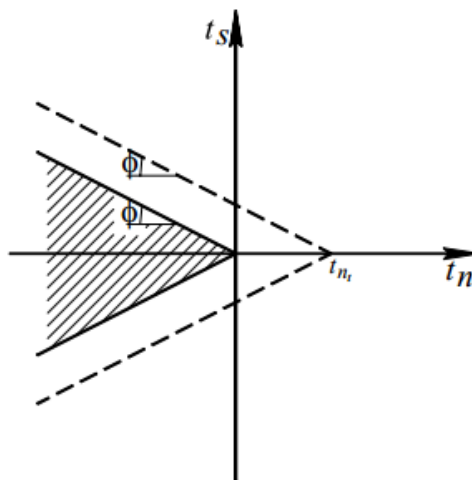


Figura 6.10 – Superfície de cedência da junta

No interior da superfície de cedência as juntas exibem comportamento elástico. Este comportamento linear elástico é dado pelas equações (6-3), em que  $k_s$  e  $k_n$  são respectivamente as tensões tangenciais e normais de contacto,  $\gamma$  o escorregamento e  $\delta$  a abertura ou fecho da junta.

$$\begin{cases} t_s = k_s \cdot \gamma \\ t_n = k_n \cdot \delta \end{cases} \quad (6-4)$$

Quando o vetor das tensões normais  $t_n$  sai do domínio elástico, isto é, quando  $t_n > t_{nt}$  ocorre cedência por tração e a tensão normal atingida volta a zero. Para tensões normais de compressão o modelo assume comportamento linear elástico, sendo a relação entre a tensão normal e o deslocamento da junta indicados na figura 6.9a).

Quando o vetor das tensões tangenciais sai do domínio elástico e  $t_n < t_{nt}$  ocorre cedência por corte, passando a relação  $t_s-\delta$  a ser dada pela curva indicada na figura 6.9b). Quando  $t_n > t_{nt}$  ocorre cedência por tração e a rigidez tangencial não é mobilizada

Os elementos de junta entre a alvenaria e o enchimento são modelados através do critério linear de Mohr-Coulomb, sendo controlado através da rigidez normal e do ângulo de atrito.

#### 6.3.4 Malha de elementos finitos

A discretização do modelo em elementos finitos foi realizada de forma a conciliar a qualidade dos resultados com o esforço computacional, tentando dar mais ênfase aos elementos que mais contribuem para o comportamento estrutural da estrutura, neste caso os arcos (Figura 6.11).

Como referido anteriormente a discretização da obra de arte foi feita com recurso a elementos finitos volumétricos contínuos nas zonas tímpanos, enchimento e camada de desgaste, sendo os blocos dos arcos discretizados em elementos finitos volumétricos devidamente individualizados entre si por forma a considerar o comportamento da junta entre eles. Para todas as zonas foram utilizados elementos C3D8R, estes são quadriláteros com 8 nós que usam interpolação linear e integração reduzida – apesar de elementos com integração reduzida poderem levar a resultados menos exatos, o custo computacional destes é bastante mais reduzido. Estes elementos têm a vantagem de conseguir uma solução melhor que elementos tetraédricos, para além de apresentarem menos dificuldades de convergência.

A malha de elementos finitos foi aplicada a cada elemento através da partição das linhas de contorno no número de elementos finitos pretendido.

Devido à malha de elementos finitos do modelo ser obtida em quatro passos diferentes, correspondentes aos quatro elementos diferentes discretizados no modelo, houve a necessidade de compatibilizar estas malhas nas zonas de contacto entre elementos.

As condições de fronteira aplicadas ao modelo foram: restrição dos movimentos nas três direções em toda a base da estrutura e restrição do movimento direção longitudinal nas zonas que delimitam a ponte.

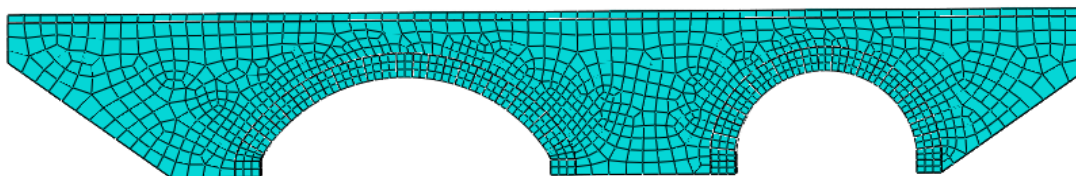


Figura 6.11 - Malha de elementos finitos

## 6.4 Análise do comportamento estrutural da ponte

Na análise visual da estrutura, realizada pelas E.P., foram observadas uma série de patologias, das quais se destaca a fendilhação longitudinal no arco Norte, que pode ser observada na Figura 6.12a). A presença destas anomalias levaram ao estudo da resposta da estrutura perante a ação do tráfego rodoviário com o intuito de verificar a influência deste nos danos verificados. Este estudo é apresentado neste capítulo.

No capítulo 6.4.1 apresenta-se a caracterização e modo de análise utilizado para simular os efeitos desta ação. Apresentando-se posteriormente, no capítulo 6.4.2, os resultados das deformações e tensões principais na estrutura com especial foco nos arcos, pela razão já referida.

Tendo sido verificada a existência de fendilhação na direção transversal no arco Sul – como indicado na Figura 6.12b) – através da análise visual da estrutura realizada pelas E.P., e verificando-se nos relatórios geológicos, ao nível da fundação do encontro do arco Sul, a presença de materiais aluvionares argilo-lodosos de capacidade de carga reduzida e que podem ser indutores de assentamentos diferenciais é apresentado no capítulo 6.4.3 o estudo da resposta da estrutura à ação de um assentamento diferencial.

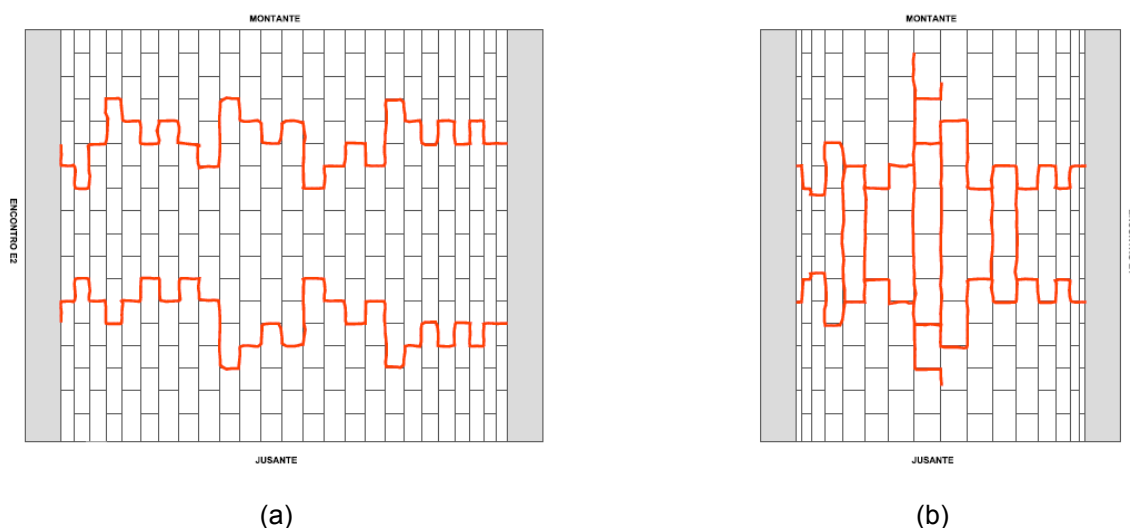


Figura 6.12 - Fendilhação no intradorso dos arcos da estrutura: (a) arco Norte e (b) arco Sul

### 6.4.1 Caracterização da ação do tráfego rodoviário

As ações que os veículos transmitem a uma ponte são compostas por cargas verticais rolantes que correspondem aos eixos desses veículos. Estas ações devem ser consideradas como tendo um carácter dinâmico, pois, por um lado, a passagem de um veículo a uma determinada velocidade produz efeitos diferentes aos de uma carga com o mesmo valor aplicada estaticamente, e por outro lado, as irregularidades do piso originam impactos que agravam os efeitos da carga.

As vibrações induzidas pela passagem de veículos podem provocar três tipos de problemas nas pontes: *i)* problemas relacionados com a amplificação dinâmica das cargas; *ii)* problemas de fadiga e consequente deterioração material, resultantes das variações de tensões provocadas por cargas cíclicas e *iii)* problemas relacionados com vibrações excessivas que podem originar

efeitos fisiológicos negativos sobre os utentes dos veículos (Costa, C. 2002 citando Pinto, J. 1993).

No presente trabalho apenas os problemas da segurança face à ação dinâmica são tratados.

#### 6.4.1.1 Cargas rolantes

A modelação da ação dinâmica dos veículos pode ser realizada aplicando um conjunto de forças verticais, não havendo participação da massa dos veículos. Esta simplificação é válida apenas para os casos em que a massa dos veículos seja muito inferior à massa da estrutura e a velocidade não seja muito elevada. Em casos em que tal não se verifique, o modelo de ações passa a ser traduzido com um conjunto de massas concentradas, implicando a atualização da massa global do sistema a cada instante. (Costa, C. 2002 citando Pinto, 1993)

No caso do estudo presente, a modelação da carga dos veículos foi baseada na simplificação indicada, visto que a massa do veículo tipo (60ton) é desprezável quando comparada com a massa da ponte.

O comportamento dos veículos e a interação entre a roda e o pavimento foram desprezadas.

Na passagem das cargas rolantes considera-se constante a velocidade das mesmas, e considera-se apenas a passagem de um veículo.

Na verificação da capacidade resistente da obra de arte foram adotados os critérios de verificação de segurança aos Estados Limite Últimos e aos Estados Limite de Utilização de acordo com o preconizado na Regulamentação Portuguesa de Estruturas designadamente os seguintes documentos:

- RSAEP – “Regulamento de Segurança e Ações em Estruturas de Edifícios e Pontes” - 1983

Neste trabalho foram consideradas, para além do peso próprio dos elementos estruturais, as sobrecargas para pontes rodoviárias de classe II como indicado no RSA (RSA, 1983), e que podem ser observadas na Tabela 6.3, e que correspondem a uma carga uniformemente distribuída no tabuleiro combinada com uma carga de faca com distribuição linear, e a um veículo de três eixos equidistantes, como indicado na Figura 6.13, com 100KN por rodado.

Para possibilitar a aplicação destas forças, sendo que o *software* não permite a aplicação de cargas rolantes, foram colocadas plataformas rígidas móveis sem atrito na ligação com o pavimento para a simulação tanto do veículo tipo como da carga de faca. As plataformas correspondentes ao veículo tipo foram colocadas junto à berma da estrada e deslocam-se a toda a extensão da ponte (25.25m) em 3 segundos, correspondendo a uma velocidade constante de 30.30 Km/h, enquanto a plataforma correspondente à carga de faca se estende a toda a largura do pavimento.

Classe da Ponte	$Q_k$ [KN]	$q_{1k}$ [KN/m <sup>2</sup> ]	$q_{2k}$ [KN/m ]	Superfície de Contato	
				a[m]	b[m]
2	100	4	50	0.2	0.4

Tabela 6.3 – Dados referentes à distribuição de cargas para pontes de Classe II segundo o RSA



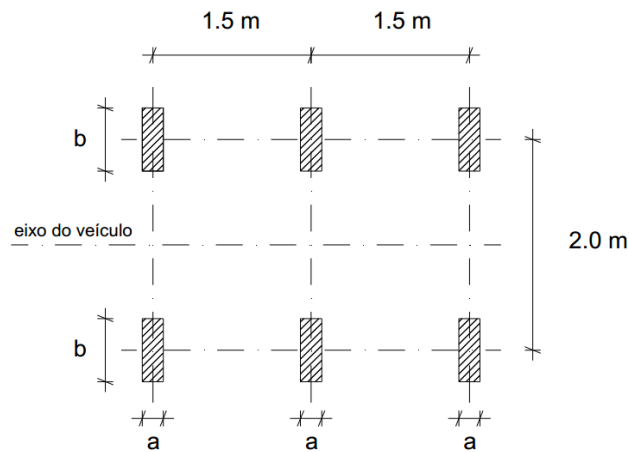


Figura 6.13 – Distribuição das cargas concentradas para pontes de classe II segundo o RSA

#### 6.4.1.2 Combinação de ações

Para a combinação de ações foram adotados os critérios definidos no RSA (RSA, 1983), conduzindo às combinações fundamentais seguintes:

- Estado Limite Último (ELU):

Ação base sobrecarga:

$$S_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} S_{Gi,k} + \gamma_q \left[ S_{Qi,k} + \sum_{j=2}^m \psi_{0j} S_{Qj,k} \right]$$

- Estado Limite de Serviço (ELS):

Combinação Quase Permanente:

$$S = \sum_{i=1}^m G_{Gi} + P + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} S_{Qjk}$$

em que:

$S_{Gi,k}$  – Esforços resultantes de ações permanentes consideradas com os seus valores característicos;

$S_{Qi,k}$  – Esforços resultantes da ação variável base tomada com o seu valor característico;

$S_{Qjk}$  – Esforços resultantes das restantes ações variáveis tomadas com os seus valores característicos;

$P$  – Esforço resultante de uma ação de pré-esforço (quando aplicável);

Na combinação das ações foram adotados os seguintes coeficientes de segurança  $\gamma_{gi}$  e  $\gamma_q$ , relativos às ações permanentes e às variáveis:

- Peso próprio da estrutura.....  $\gamma_g=1.35$  (desf.) ou 1.0 (fav.)
- Restantes cargas permanente .....  $\gamma_g=1.35$  (desf.) ou 1.0 (fav.)
- Ações variáveis.....  $\gamma_q=1.5$  (desf.) ou 1.0 (fav.)

Os valores reduzidos das sobrecargas foram determinados de acordo com o RSA através dos coeficientes  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  e  $\psi_2$  que assumem para cada família de ações os valores constantes da Tabela 6.4.

Tipo de Ação	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Sobrecargas rodoviárias	0.6	0.4	0.2 ou 0*

Tabela 6.4 – Coeficientes aplicados às sobrecargas segundo o RSA (1983)

#### 6.4.2 Análise da resposta da estrutura à ação do tráfego rodoviário

Como referido anteriormente, para proceder à análise da ponte, a estrutura foi discretizada através do método dos elementos finitos, recorrendo ao programa de cálculo ABAQUS.

Os modelos de comportamento dos materiais utilizados foram apresentados no capítulo 6.3, estando resumidas na Tabela 6.2 todas as características materiais utilizadas no modelo.

O procedimento utilizado para analisar a resposta da estrutura à ação do tráfego passou por dividir a aplicação das forças em 3 fases, correspondendo a primeira à aplicação do peso próprio da estrutura, posteriormente foram aplicadas as sobrecargas. Foram então calculados os deslocamentos e as tensões principais devidas às ações referidas.

##### *6.4.2.1 Interpretação dos resultados da resposta à ação da passagem do veículo tipo*

Da evolução dos resultados ao longo do tempo foram registados os valores dos deslocamentos devidos às combinações já enumeradas verificando-se que os valores máximos são obtidos para a combinação de estados limites últimos com a sobrecarga do veículo tipo como ação variável base. Sendo estes valores superiores aos verificados para a combinação de estados limites de serviço podem considerar-se cumpridos os estados limites de deformação se estes cumprirem os requisitos. Verificam-se que os valores máximos dos deslocamentos nos elementos estruturais são, deslocamento longitudinal de 2.94mm, transversal de 6.12mm e deslocamento vertical de 7.81mm, correspondendo este a cerca de 1/900 do vão. As deformadas correspondentes às posições mais desfavoráveis para cada um dos arcos estão representadas nas figuras 6.22 e 6.23.

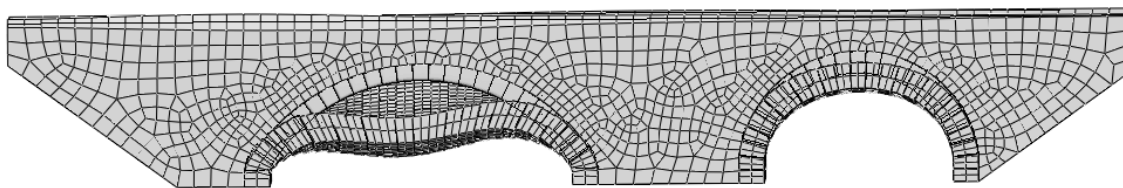


Figura 6.14 - Deformada correspondente à deformação máxima do arco Norte

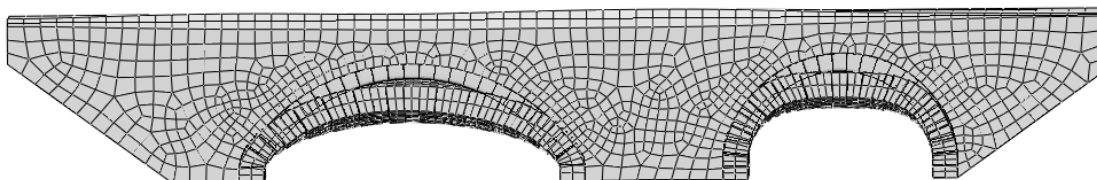


Figura 6.15 - Deformada correspondente à deformação máxima do arco Sul

Nas figuras 6.15 e 6.16 são apresentados os resultados das tensões principais de compressão e de tração no modelo.

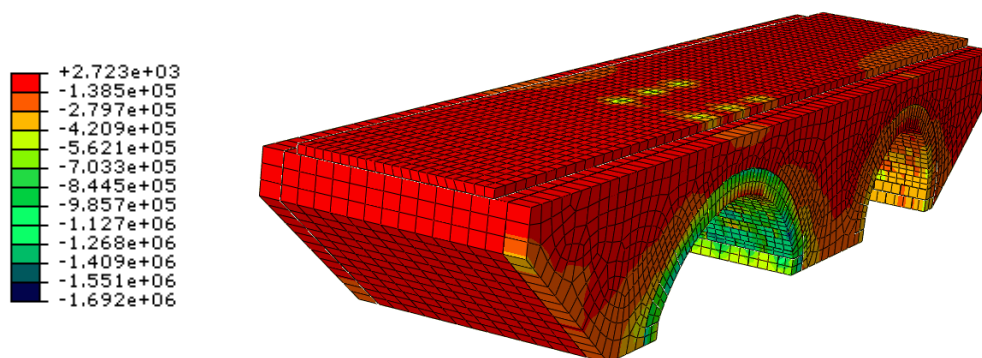


Figura 6.16 - Distribuição das tensões principais máximas de compressão no modelo

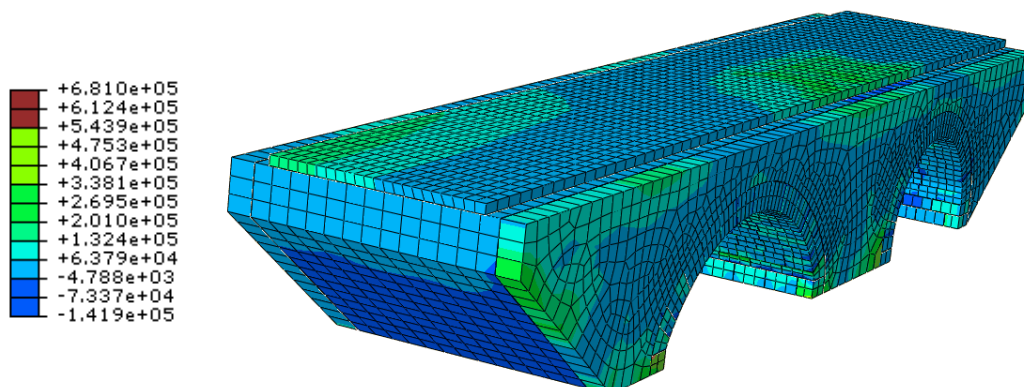


Figura 6.17 - Distribuição das tensões principais máximas de compressão no modelo

São ainda apresentados na Figura 6.18 os resultados das tensões principais máximas e mínimas nos arcos, que correspondem aos maiores valores de tensão verificados no modelo.

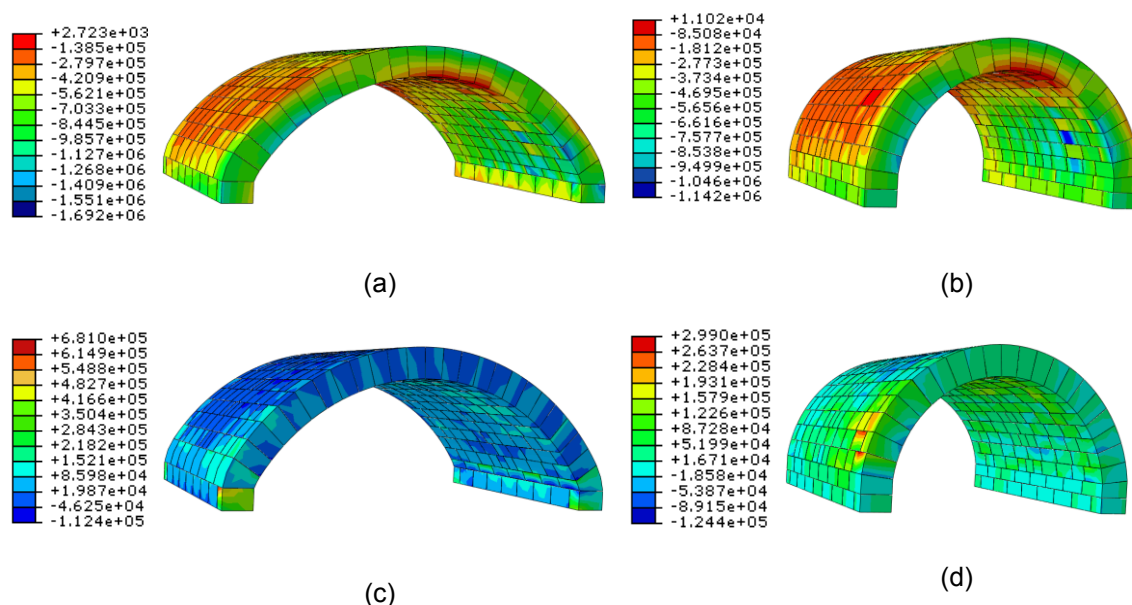


Figura 6.18 – Tensões máximas de compressão: (a) no arco Norte e (b) no arco Sul; Tensões máximas de tração: (c) no arco Norte e (d) no arco Sul.

Verifica-se, como seria de prever, em relação aos resultados das tensões e deformações, que os valores máximos estão concentradas nos arcos, nomeadamente no arco Norte – que corresponde ao arco de maior vão.

No que se refere às tensões instaladas nas juntas, apresentam-se na Figura 6.19 distribuição de tensões normais e tangenciais nas juntas dos arcos.

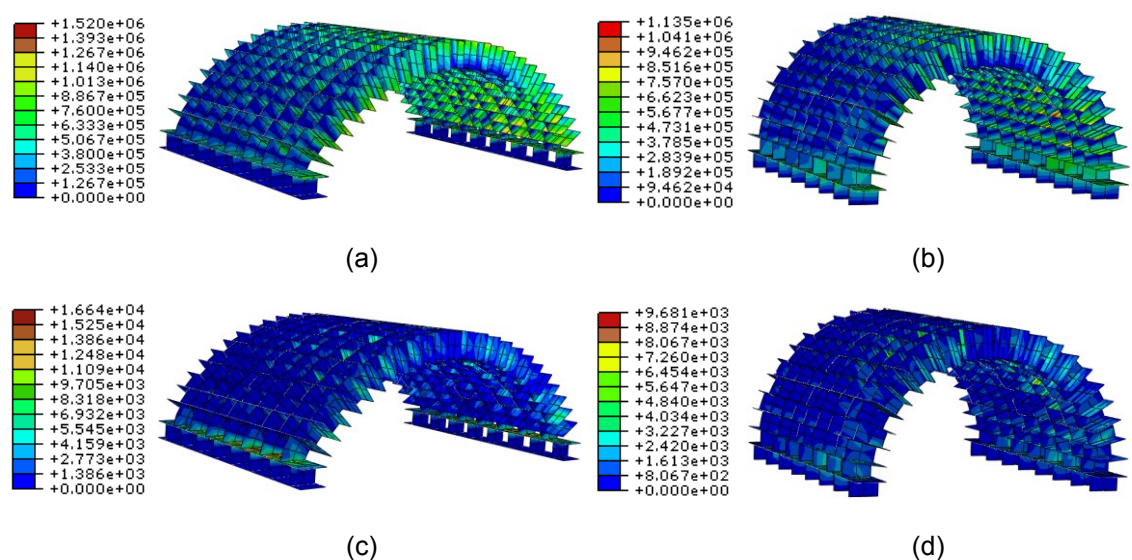


Figura 6.19 - Tensões normais máximas nas juntas: (a) do arco Norte e (b) do arco Sul; Tensões tangenciais máximas nas juntas: (c) do arco Norte e (d) do arco Sul.

O resumo dos valores máximos das tensões de tração e compressão, das deformações e das tensões nas juntas são apresentados na

Tabela 6.5 para os diferentes casos de carga considerados, sendo discutidos mais à frente.

			$\sigma_3^-$	$\sigma_1^+$	$d_x$	$d_y$	$d_z$	$t_n$	$t_s$	
			(MPa)	(MPa)	(mm)	(mm)	(mm)	(MPa)	(MPa)	
ELU	VT	Arco 1	Blocos	1.69	0.68	2.94	7.81	0.72	-	-
			Juntas	-	-	-	-	-	1.52	0.02
		Arco 2	Blocos	1.13	0.30	1.00	3.66	0.49	-	-
			Juntas	-	-	-	-	-	1.14	0.01
		Tímpanos	-	0.89	0.51	0.24	0.66	6.12	-	-
		Enchimento	-	0.30	0.02	-	-	-	-	-
	SC+CF	Arco 1	Blocos	1.31	0.44	1.46	5.84	0.45	-	-
			Juntas	-	-	-	-	-	1.28	0.01
		Arco 2	Blocos	1.04	0.27	0.93	2.77	0.33	-	-
			Juntas	-	-	-	-	-	0.99	0.01
		Tímpanos	-	0.73	0.29	0.12	0.51	3.32	-	-
		Enchimento	-	0.16	0.02	-	-	-	-	-
ELS	VT	Arco 1	Blocos	1.26	0.30	1.18	4.31	0.33	-	-
			Juntas	-	-	-	-	-	0.86	0.01
		Arco 2	Blocos	0.62	0.17	0.37	1.86	0.16	-	-
			Juntas	-	-	-	-	-	0.47	0.003
		Tímpanos	-	0.46	0.21	0.05	0.47	2.70	-	-
		Enchimento	-	0.11	0.02	-	-	-	-	-
	SC+CF	Arco 1	Blocos	1.30	0.35	1.23	4.34	0.37	-	-
			Juntas	-	-	-	-	-	0.87	0.002
		Arco 2	Blocos	0.66	0.17	0.42	1.98	0.20	-	-
			Juntas	-	-	-	-	-	0.46	0.003
		Tímpanos	-	0.55	0.24	0.10	0.51	2.90	-	-
		Enchimento	-	0.11	0.02	-	-	-	-	-

Tabela 6.5 - Resumo das tensões principais e dos deslocamentos nos diferentes elementos da estrutura

De forma a observar o comportamento do arco, bem como evidenciar a potencial formação de fendas, apresenta-se na Tabela 6.6 o traçado dos vetores de tensão principal máxima de tração e compressão registados aquando da passagem do veículo pelo arco Norte.

Da análise dos valores das tensões principais nas diversas fiadas indicadas na Tabela 6.6 verifica-se que os valores, tanto da tensão principal de compressão como de tração são bastante próximos em ambas as extremidades, como esperado.

Quanto à orientação das tensões principais verifica-se que nas fiadas de blocos pertencentes à base dos arcos a direção das tensões de compressão é predominantemente perpendicular em relação às faces dos blocos, e verifica-se a sua atuação com níveis uniformes a toda a extensão dos blocos, sendo de prever deformação normal na forma de fecho da junta. Nas fiadas 2 e 4 é possível verificar compressões em toda a extensão do arco, verificando-se no entanto valores mais elevados no intradorso. Este fenómeno pode ser previsto ao analisar a deformada apresentada na Figura 6.14, no qual se nota a tendência de rotação destas juntas.

Na fiada de fecho do arco é possível verificar o comportamento dominado por flexão, verificando-se compressões nas fibras superiores e trações nas fibras inferiores, um comportamento que tende ao aparecimento deformações na direção normal na forma de abertura da junta.

De notar que os resultados apresentados traduzem a envolvente das tensões registadas aquando da passagem do veículo.

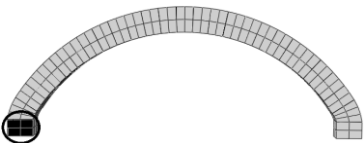
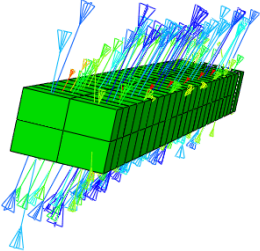
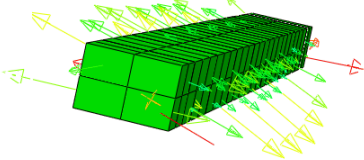
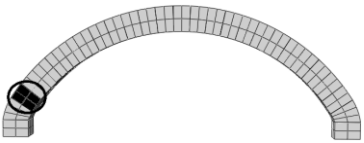
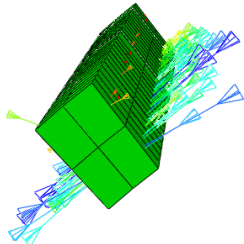
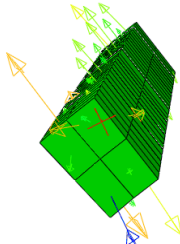
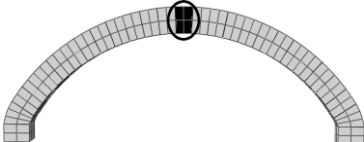
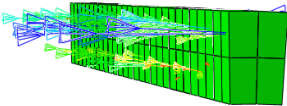
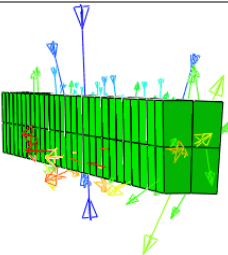
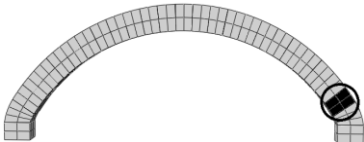
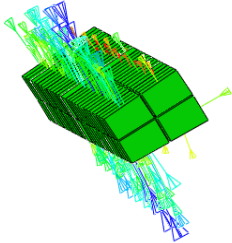
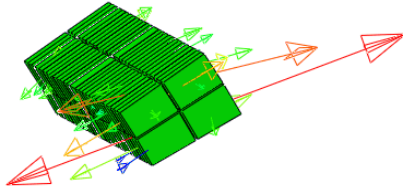
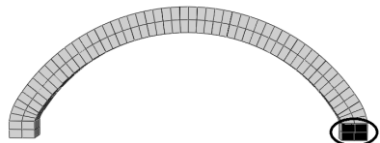
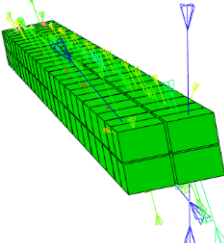
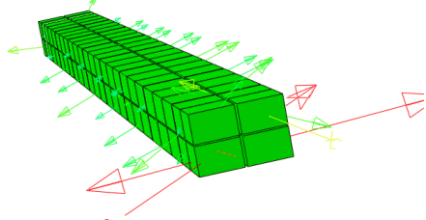
Zona	Compressões (MPa)	Tensões (MPa)
 <p>(1)</p>	 <p><math>\sigma_3^- = 1.57 \text{ MPa}</math></p>	 <p><math>\sigma_1^+ = 0.21 \text{ MPa}</math></p>
 <p>(2)</p>	 <p><math>\sigma_3^- = 1.31 \text{ MPa}</math></p>	 <p><math>\sigma_1^+ = 0.27 \text{ MPa}</math></p>
 <p>(3)</p>	 <p><math>\sigma_3^- = 1.16 \text{ MPa}</math></p>	 <p><math>\sigma_1^+ = 0.38 \text{ MPa}</math></p>
 <p>(4)</p>	 <p><math>\sigma_3^- = 1.42 \text{ MPa}</math></p>	 <p><math>\sigma_1^+ = 0.26 \text{ MPa}</math></p>
 <p>(5)</p>	 <p><math>\sigma_3^- = 1.69 \text{ MPa}</math></p>	 <p><math>\sigma_1^+ = 0.18 \text{ MPa}</math></p>

Tabela 6.6 - Traçado dos vetores de tensão principal máxima de tração e compressão



Da análise dos resultados referentes às diversas combinações utilizadas – indicados na

Tabela 6.5 – pode verificar-se que os valores máximos das tensões principais de tração e compressão estão bastante abaixo das tensões limite considerados para o material.

No que se refere às juntas entre os blocos dos arcos, para os valores de tensão obtidos não se verificam valores elevados de abertura de fendas.

Sendo o objetivo desta simulação verificar em que medida a fendilhação verificada nos arcos está relacionada com o tráfego rodoviário, e considerando os resultados obtidos, não é possível estabelecer uma relação direta. Na verdade o valor verificado para a abertura de fendas no intradorso dos arcos foi baixo. Com base neste estudo a estrutura apresenta um comportamento adequado quando atuada do tráfego rodoviário, não havendo por isso razão para ações de reparação/reforço.

É de notar, no entanto, que os dados considerados para este modelo não refletem a realidade, nomeadamente:

- A amplificação dinâmica provocada no pavimento;
- O efeito de cargas cíclicas;
- A interação solo-estrutura;
- O comportamento das juntas na fase pós-pico em tração e corte;
- O comportamento não linear do enchimento;

É ainda de ter em conta o facto de que a modelação dos materiais foi realizada considerando as características mecânicas presentes na bibliografia, não sendo de prever exatidão nas mesmas. Seria necessária a realização de ensaios laboratoriais para os caracterizar corretamente, para além de ensaios de carga ou de vibrações ambientais para aproximar a resposta do modelo da resposta da estrutura real.

#### 6.4.3 Análise à ação do assentamento de apoio

De acordo com a inspeção realizada na estrutura pelas Estradas de Portugal, nomeadamente a partir do relatório geológico verifica-se que ao nível da fundação do encontro do arco Sul, o seu núcleo se encontra preenchido por materiais aluvionares argilo-lodosos de capacidade de carga que se pode considerar nula, os quais podem ser indutores de assentamentos diferenciais incrementais (figura 6.28).

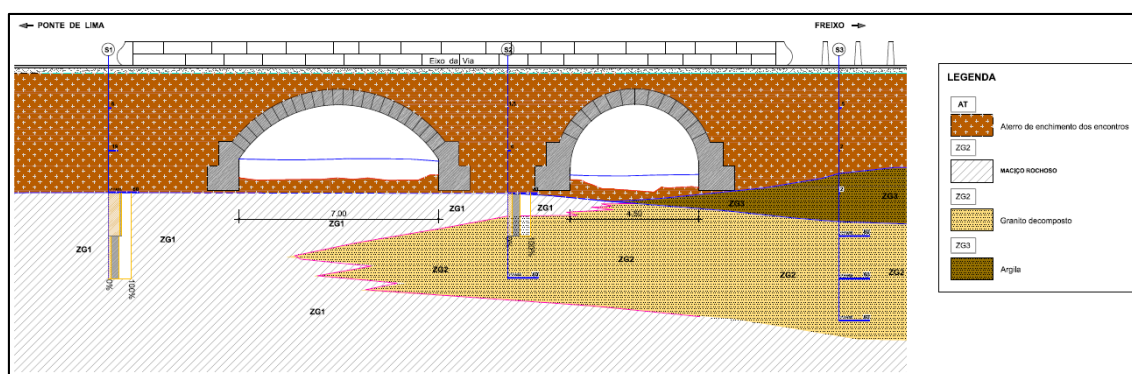


Figura 6.20 – Ilustração da composição dos solos que interagem com a estrutura.

Com o intuito de verificar os efeitos desta ação, em específico no arco Sul, foi realizada uma nova análise – apenas a combinação de estados limites últimos – considerando esta nova ação como a ação variável base para além da sobrecarga do veículo tipo e da ação permanente do peso próprio.

Em seguida são apresentados os resultados obtidos para a ação do peso próprio, das cargas rolantes do veículo tipo e de um assentamento de apoio de 10, 15, 20 e 25mm.

Na figura 6.29 é apresentada a deformada do arco para um assentamento de apoio de 10mm. Os valores máximos dos deslocamentos para esta solicitação são: na longitudinal = 3.03mm, na transversal = 0.24mm e 10mm na vertical.

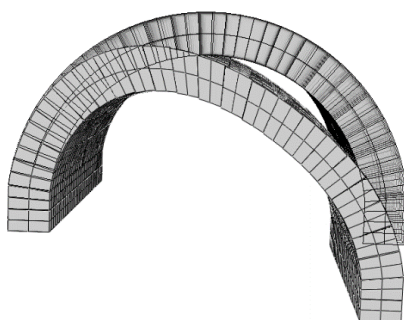


Figura 6.21 – Deformada do arco Sul para um assentamento de apoio de 10mm

De forma a observar a evolução das tensões principais de tração e compressão no arco Sul, apresentam-se na Figura 6.22 as mesmas para assentamentos de 10 e 25mm.

É ainda ilustrada a evolução das tensões normais e de corte nas juntas apresentando-se a distribuição das mesmas para assentamentos de 10 e 25mm na Figura 6.23.

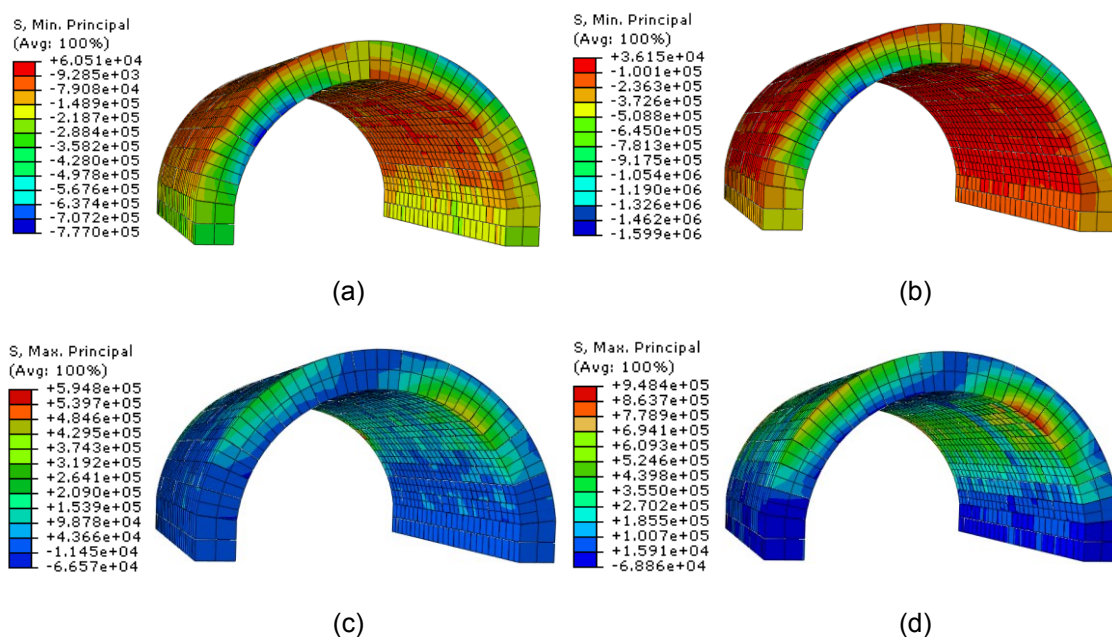


Figura 6.22 – Tensões principais máximas de compressão no arco Sul para (a) 10 mm e (b) 25mm de assentamento; Tensões principais máximas de tração para (c) 10mm e (d) 25mm de assentamento.



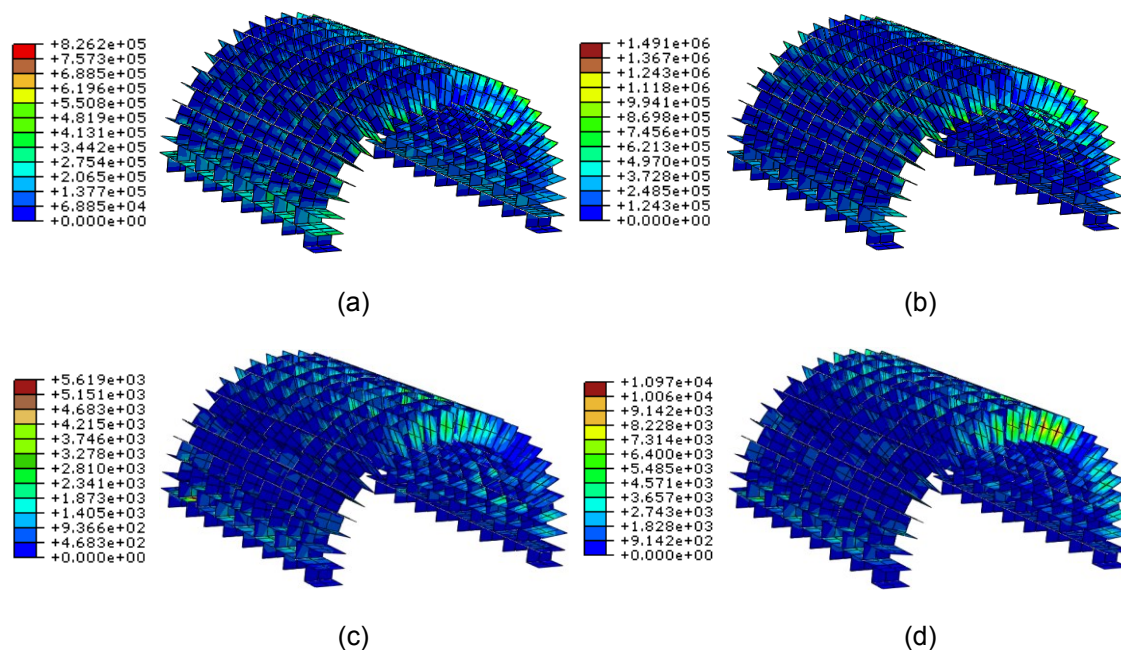


Figura 6.23 - Tensões normais máximas nas juntas para (a) 10mm e (b) 25mm de assentamento de apoio; Tensões tangenciais máximas nas juntas para (c) 10mm e (d) 25mm de assentamento de apoio.

Na tabela 6.11 é apresentada a evolução dos diversos parâmetros do arco Sul para os diferentes valores do assentamento de apoio.

		Ação			
		Peso próprio, Veículo e Assentamento			
	Assentamento [mm]	10.0	15.0	20.0	25.0
Tensão nos Blocos [MPa]	$\sigma_3^-$	0.77	1.05	1.29	1.60
	$\sigma_1^+$	0.59	0.65	0.78	0.95
Deformações [mm]	Longitudinal	3.03	4.30	5.93	7.21
	Transversal	0.24	0.23	0.22	0.24
	Vertical	10	15	20	25
Tensão nas Juntas [MPa]	$t_n$	0.83	0.95	1.20	1.49
	$t_s$	0.0056	0.0066	0.0083	0.011

Tabela 6.7 - Resumo das tensões principais e deformações nos blocos e nas juntas para os diversos níveis de assentamento.

Da análise aos resultados apresentados pode verificar-se um agravamento progressivo das tensões nos blocos, verificando-se que as tensões principais máximas de tração ocorrem no intradorso do arco na zona central sul, e no extradorso do arco na zona central norte, como seria de prever quando se analisa a deformada indicada na Figura 6.21. As compressões máximas encontram-se nas zonas opostas às das trações, ou seja, nas zonas onde se observam as maiores tensões principais observa-se um comportamento controlado por esforços de flexão. Estas continuam a estar bastante abaixo dos valores limites de resistência do material.

Quanto à evolução das tensões nas juntas verifica-se, com o decorrer do assentamento, que para a base da zona Norte ocorre uma diminuição das tensões de compressão, resultando em maiores valores de abertura de junta, enquanto na base da zona Sul do arco se verifica um aumento das tensões de compressão.

Da análise dos resultados globais do assentamento de apoio verifica-se o porquê dos problemas nas fundações serem a causa mais comum do colapso deste tipo de estruturas verificando-se a sensibilidade dos arcos a este tipo de movimento com a progressiva diminuição das tensões de compressão nas juntas (em certas zonas), as quais facilitam a ocorrência de rótulas e consequentemente o colapso.

Conclui-se que apesar de o assentamento de apoio levar à abertura de fendas no intradorso, este não leva a aberturas em todo o intradorso do arco, como foi verificado na inspeção visual (Figura 6.12b), sendo de esperar apenas fendilhação localizada nas zonas onde os esforços de tração mais se fazem sentir. De facto não é possível relacionar diretamente os dois fenómenos, sendo no entanto plausível que algumas das fendas encontradas se devam a assentamentos deste apoio.

## 7. Conclusões finais

---

### 7.1 Considerações sobre o trabalho desenvolvido

O presente trabalho teve como objetivo a análise estrutural de uma ponte em arco de alvenaria de pedra através de *software* de análise numérica.

O trabalho foi dividido em duas partes principais, consistindo a primeira parte na pesquisa de informação teórica que resultou na escrita dos capítulos 2 a 5, e a segunda fase – referente ao capítulo 6 – no desenvolvimento de um modelo numérico capaz de prever o comportamento estrutural da estrutura escolhida.

Pretendeu-se ainda seguir uma estrutura que permitisse uma consulta acessível e motivadora.

Verifica-se que para se proceder ao correto diagnóstico de uma ponte em arco de alvenaria é fundamental conhecer o seu funcionamento estrutural, nomeadamente do seu elemento principal, o arco. Torna-se importante proceder a uma correta caracterização dos materiais que a compõe bem como da interação entre os elementos constituintes. É ainda indispensável conhecer as ações a que a estrutura está sujeita e as consequências dessas ações no seu funcionamento.

O mecanismo de transmissão de cargas nestas estruturas é diferente na direção longitudinal e transversal. Na direção transversal depende da interação entre o enchimento, o arco e os muros de tímpano, enquanto na direção longitudinal depende essencialmente do funcionamento do arco atuado dos esforços provenientes dos muros de tímpano e do enchimento.

O material de enchimento provoca na direção longitudinal uma ação estabilizadora, enquanto na direção transversal provoca uma ação desestabilizadora. Os muros de tímpano têm a finalidade, na direção transversal de resistir à ação desestabilizadora do enchimento e transmiti-la ao arco. Na direção longitudinal contribuem para estabilizar os arcos, restringindo o seu movimento e impedindo a formação de rótulas.

O colapso destas estruturas dá-se normalmente devido ao seu comportamento na direção longitudinal. Normalmente o colapso não ocorre por esmagamento das unidades nem devido ao deslizamento entre aduelas, mas sim por falta de equilíbrio. Este tipo de mecanismo corresponde à formação de rótulas e ocorre quando a linha de impulso passa alternadamente em pontos que correspondem ao intradorso e extradorso do arco.

A inspeção de relatórios fornecidos pelas EP sobre a estrutura permitiu verificar algumas anomalias observadas aquando da inspeção visual à estrutura, verificando-se fendilhação longitudinal no arco Norte. Dos relatórios geotécnicos fornecidos pelas EP foi ainda verificada a existência de materiais argilo-lodosos no núcleo do encontro Sul. Estas observações determinaram os estudos apresentados no capítulo 6.4.

A determinação das características dos materiais baseou-se na consulta de trabalhos similares para a caracterização da alvenaria e nos relatórios geotécnicos fornecidos pelas EP para caracterizar o enchimento.

A fase seguinte deste trabalho consistiu na modelação numérica da ponte.

Foram realizadas duas análises à estrutura, considerando as ações do tráfego rodoviário e de um assentamento de apoio no encontro Sul da ponte. Para estas solicitações foram calculadas

as deformações e tensões principais nos blocos de pedra dos arcos e as tensões normais e tangenciais nas juntas entre esses blocos.

Numa primeira fase foram analisados os esforços para as diferentes combinações consideradas para a análise à passagem do veículo tipo, verificando-se deformações compatíveis com os valores esperados, bem como esforços compatíveis com as tensões limites do material.

Verifica-se ainda nesta fase um comportamento do arco dominado por esforços de compressão, verificando-se ainda assim na zona de fecho compressões superiores no extradorso do arco comparadas com as compressões no intradorso, apontando para um comportamento dominado por esforços de flexão.

Devido à constituição dos materiais nos quais assenta o encontro Sul foi calculada a resposta do arco Sul a um assentamento deste apoio.

Verifica-se a partir dos resultados obtidos um aumento das tensões principais quer de tração quer de compressão, verificando-se uma distribuição de tensões de acordo com a deformada da estrutura. Verifica-se ainda, com o decorrer do assentamento, redução dos valores de tensões de compressão na zona Norte do arco e aumento na zona Sul.

Os resultados desta análise não podem ser diretamente ligados a toda a fendilhação observada no arco Sul, pois não é de esperar uma fendilhação a toda a extensão do intradorso do arco devida a este fenómeno.

Serve esta análise para compreender o porquê da maior parte do colapso destas estruturas estar ligado a deficiente comportamento das fundações, verificando-se um comportamento deficiente quando atuadas de deslocamentos verticais, sendo de prever com o aumento do assentamento a formação de rótulas.

Os resultados dos dois modelos não sugerem a necessidade de reforço da estrutura. No entanto não é de esperar uma resposta do modelo concordante com a resposta da estrutura real, pois algumas das simplificações introduzidas no modelo poderão levar a alguns erros.

Destacam-se as simplificações utilizadas na caracterização dos materiais, tendo sido utilizado um modelo não linear apenas para as interfaces entre os blocos, considerando o enchimento e os muros de tímpano com características elásticas lineares. É ainda possível que a não linearidade em tração dos blocos deva ser modelada.

Na simulação do tráfego rodoviário foram ainda desprezados os efeitos dinâmicos provenientes de irregularidades do pavimento.

Como conclusão, e no que se refere aos efeitos do tráfego rodoviário, a estabilidade da estrutura parece verificar-se, e com grande margem de segurança. Estes resultados devem ainda assim ser interpretados com reservas pelas razões indicadas acima.

## ***7.2 Desenvolvimentos futuros***

Verifica-se depois de realizado este trabalho que há ainda trabalho a desenvolver. Nos parágrafos seguintes são descritas alguns dos tópicos mais importantes a desenvolver futuramente.

Quanto à fase de caracterização geométrica da estrutura existe a necessidade de se proceder a determinadas melhorias, nomeadamente na recolha mais pormenorizada da estereotomia dos blocos dos arcos através de análise visual, para além da inclusão dos terrenos de fundação para uma consideração mais cuidada dos assentamentos de apoio.

Na fase de discretização da malha de elementos finitos poderá haver a necessidade de adotar uma malha mais refinada, o que exige um esforço computacional bastante maior, sendo necessários recursos computacionais que não estiveram disponíveis para a realização do presente trabalho.

Julga-se ser de grande importância a recolha de amostras dos materiais constituintes da estrutura, de forma a permitir a realização de ensaios laboratoriais e a correta caracterização mecânica dos mesmos. Ao nível dos modelos de comportamento deverão ser desenvolvidos modelos não lineares para caracterizar corretamente o enchimento, bem como adotados modelos de fenda ou de dano para caracterizar os muros de tímpano.



## Referências Bibliográficas

---

- Álamo, J. (2001) – *Análisis Estructural de Puentes Arco de Fábrica. Criterios de Comprobación*. Tesis Doctoral, Universidade Politécnica de Madrid.
- Backes, H. P. (1985) – *On the behaviour of masonry under tension in the direction of the bed joints in direct shear*, J. Struct. Engrg. ASCE Vol. 115(9)
- CEN (1995) – *Eurocode 6: Design of masonry structures*, ENV 1996-1-1:1995, CEN, Brussels
- Costa, C. (2002) – *Análise do Comportamento da Ponte da Lagoncinha sob a Acção do Tráfego Rodoviário*. Tese de Mestrado, FEUP.
- Costa, C. (2009) – *Análise numérica e experimental do comportamento estrutural de pontes em arco de alvenaria de pedra*. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Tese de Doutoramento.
- Costa, P. (2006) – *Análise da Construção e do Comportamento duma Ponte de Pedra*, Tese de Mestrado, FEUP.
- Creazza, G., R. Matteazzi, A. Saetta, e R. Vitaliani (2002) – *Analyses of masonry vaults: a macro approach based on three-dimensional damage model*. Journal of structural engineering.
- Dassault Systèmes – *ABAQUS 6.11. Example Problems Manual Volume I: Static and Dynamic Analyses*, D.S. Simulia
- Dassault Systèmes – *ABAQUS 6.11. Getting Started with Abaqus: Keywords Edition*, D.S. Simulia.
- Dassault Systèmes – *Obtaining a Converged Solution with Abaqus* - DS SIMULIA, 2009.
- Dhanasekar, M.; Page, A. W. and Kleeman, P. W. (1985) – *The failure of brick masonry under biaxial stresses*, Proc. Instn. Civ. Engrs. Part 2, Vol. 79.
- Domède, N. and Sellier, A. (2010) – *Numerical analysis of masonry arch bridges: benefits and limits of damage mechanics*, Université de Toulouse, UPS, INSA, LMDC, Toulouse, France.
- Eurocode 6 (1988) – *Common unified rules for masonry structures*.
- Gago, A. S. (2004) – *Análise estrutural de arcos, abóbadas e cúpulas. Contributo para o estudo do património construído*. Lisboa: Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa. Tese de Doutoramento.
- Gago, A., Alfaiate, J. V. e Almeida, J. R. d. (2003) – *Simulação Numérica de um Ensaio Experimental Efectuado numa Ponte em Alvenaria de Pedra*. VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional, Évora.
- Gartner, W. (1989) – *Asphalt Concrete Mix Design: Development of More Rational Approaches*, Edição 1041, ASTM STP 1041
- Gilbert, M. (1993) – *The Behaviour of Masonry Arch Bridges Containing Defects*. Tese de Doutoramento, University of Manchester.
- González de Vallejo, L. I.; Ferrer, M.; Ortuño, L. & Oteo, C. (2002) – *Ingeniería geológica*. Prentice Hall, Madrid.
- Hibbitt, Karlsson and Sorensen (2001) – *ABAQUS/CAE User's Manual* - Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Incorporated, 2001

- Fanning, P. J. and Boothby, T. E. (2001) – *Three-dimensional modelling and full-scale testing of stone arch bridges*. Computers & Structures, Vol.79 (29-30).
- Ford, T.E., Augarde, C.E. and Tuxford, S.S (2003) – *Modelling masonry arch bridges using commercial finite element software*. School of Engineering. University of Durham.
- Frunzio, G., Monaco, M., and Gesualdo, A. (2001) – *3D FEM analysis of a Roman arch bridge* Historical constructions, 591–598.
- Lourenço, P. B. (1996) – *Computational Strategies for Masonry Structures*. Delft: Delft University of Technology. Doctoral Thesis. ISBN: 90-407-1221-2, NUGI 841.
- Lourenço, P. B. (1998) – *Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behavior of masonry*. University of Minho. Department of Civil Engineering.
- Martins, J.B. e Miranda, T.F.S. – *Ensaaios de Penetração nos Solos Graníticos da Região Norte de Portugal. Algumas Correlações*, Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, Campos de Azurém, 4800-058 Guimarães Portugal
- MEXE (1963) – *Military Engineering Experimental Establishment*. Solog Study B38 Christchurch, Hampshire, U.K.
- Morais, M. (2012) – *Pontes em Arco de Alvenaria - Estudo de um Caso Prático*, Tese de Mestrado, IPV.
- Oñate E., Hanganu A., Barbat A., Oller S., Vitaliani R., Saetta A., Scotta R. 1997 – *Structural analysis and durability assessment of historical construction using a finite element damage model*. In P. Roca, J.L. González, A.R. Mari and Oñate E. (ed.), *Structural Analysis of Historical construction*, pp.189-224, Barcelona: CIMNE.
- Page, A. W. (1978) – *Finite Element Model for Masonry*. Journal of the Structural Division (ASCE), Vol.104 (88), pp.1267-1285.
- Page, A. W. (1981) - *The biaxial compressive strength of brick masonry*, Proc. Intsn. Civ. Engrs., Part 2, Vol. 71
- Page, A. W. (1983) - *The strength of brick masonry under biaxial compression-tension*, Int. J. Masonry Constr., Vol. 31(1)
- Page, J. (1993) – *Masonry arch bridges (State of the Art Review)*. Londres: Transport Research Laboratory, Department of Transport.
- Pegon, P.; Pinto, A.V. (1996) – *Seismic study of monumental structures. Structural analysis, modelling and definition of experimental model* – Report EUR 16387 EN, ISIS, SMU, JRC, Ispra (VA), Italy.
- Pelà, L., Aprile, A., Benedetti, A. (2013) – *Comparison of seismic assessment procedures for masonry arch bridges*. Construction and Building Materials 38 (2013) 381 – 394.
- Pippard, A. J. S. (1948) - *The approximate estimation of safe loads on masonry bridges*. Civil engineer in war, 1, The institute of Civil Engineers, Londres
- Pinto, João (1993) – *Vibrações em pontes de tirantes devido ao tráfego rodoviário*. Tese de Mestrado, IST.
- Pluijm, R. Van der (1992) - *Material properties of masonry and its components under tension and shear*, in: Proc. 6th Canadian Masonry Symposium, eds. V.V. Neis, Saskatoon, Saskatchewan, Canada, p. 675-686.



Pluijm, R. Van der (1993) - *Shear behavior of bed joints*, in: Proc. 6th North American Masonry Conf., eds. A.A. Hamid and H.G. Harris, Drexel University, Philadelphia, Pennsylvania, USA, p. 125-136.

Rafiee, A. and Vinches, M. (2013) – *Mechanical behaviour of a stone masonry bridge assessed using an implicit discrete element method*. Engineering Structures Vol.48.

RILEM (1994) – *Technical recommendations for the testing and use of constructions materials: LUMB1- Compressive strength of small walls and prisms*, Chapman &Hall

Rouxinol, G. A. F. (1999) – *Modelo Simplificado para o Estudo da Estabilidade de Arcos em Alvenaria*. Coimbra: Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Dissertação de Mestrado.

Rouxinol, G. A. F. (2007) – *Modelação e Avaliação Estrutural de Pontes em Arco de Alvenaria*. Coimbra: Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Tese de Doutoramento.

RSA (1983). *Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edifícios Pontes*. Decreto Lei nº235 C/83. Imprensa Nacional. Casa da moeda, E.P.

Thavalingam A.; Bicanic N.; Robison J.I. and Ponniah D.A. – *Computational framework for discontinuous modelling of masonry arch bridges*. Computer Structures 2001; Vol. 79.

Zeman, J., Novák, J., Sejnoha M., Sejnoha, J. (2008) – *Pragmatic multi-scale and multi-physics analysis of Charles Bridge in Prague*. Engineering Structures Vol. 30.

Zucchini, A. e Lourenço, P. B. (2004). *A coupled homogenisation-damage model for masonry cracking*. Computers & Structures, Vol.82(11-12), pp.917-929.